



Titre: Conception d'un plan de production minière avec rétroaction
Title:

Auteur: Luc Hébert-Desgroseilliers
Author:

Date: 2009

Type: Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

Référence: Hébert-Desgroseilliers, L. (2009). Conception d'un plan de production minière avec rétroaction [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal].
Citation: PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/216/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: <https://publications.polymtl.ca/216/>
PolyPublie URL:

Directeurs de recherche: Michel Gamache, & Guy Desaulniers
Advisors:

Programme: Maîtrise recherche en mathématiques appliquées
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

CONCEPTION D'UN PLAN DE PRODUCTION MINIÈRE AVEC RÉTROACTION

LUC HÉBERT DESGROSEILLIERS

DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES ET DE GÉNIE INDUSTRIEL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLOME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES
(MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES)

DÉCEMBRE 2009

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

CONCEPTION D'UN PLAN DE PRODUCTION MINIÈRE AVEC RÉTROACTION

présenté par : HÉBERT DESGROSEILLIERS Luc

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. SOUMIS François, Ph. D., président

M. GAMACHE Michel, Ph. D., membre et directeur de recherche

M. DESAULNIERS Guy, Ph.D., membre et codirecteur

M. MARCOTTE Denis, Ph. D., membre

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier toutes les personnes m'ayant appuyé, encouragé et conseillé pendant mes études supérieures. Je gratifie tout particulièrement le travail du personnel enseignant de l'École Polytechnique de Montréal pour la formation académique exceptionnelle à laquelle j'ai eu droit pendant mon passage dans cette maison d'enseignement. Je remercie personnellement mon directeur et mon codirecteur de ma recherche, messieurs Michel Gamache et Guy Desaulniers, pour leur aide et leurs conseils judicieux pendant le processus de recherche. Tout au long de mon cheminement de recherche, j'ai pu compter sur leurs encouragements et leur support afin de me dépasser dans mon travail.

RÉSUMÉ

Ce mémoire de maîtrise porte sur la planification de la production pour un quart de travail dans une mine à ciel ouvert. Le problème de planification consiste à maximiser le transport de la roche fragmentée durant un quart de travail tout en satisfaisant les différentes contraintes opérationnelles.

Nous proposons un modèle linéaire qui inclut les principales contraintes rencontrées dans le domaine minier. Le modèle tient compte, entre autres, de la capacité opérationnelle des équipements, de la quantité et des caractéristiques du minerai disponible aux sources (pelles) et des caractéristiques du matériel désirées aux puits (concasseurs). Le mémoire propose une façon originale d'inclure et de linéariser les fonctions non linéaires associées à l'attente des camions aux pelles. La motivation d'utiliser un modèle linéaire réside dans le fait qu'un tel modèle est facilement résoluble et dans un temps raisonnable.

On présente d'abord un modèle de base qui inclut les principaux groupes de contraintes. Ensuite, on enrichit le modèle avec l'ajout de contraintes sur la capacité de la flotte de camions incluant une estimation par des inéquations linéaires du temps d'attente des camions aux pelles.

Pour la résolution du modèle linéaire de planification, on utilise un solveur nommé Xpress-MP. La stratégie de résolution est simple et, pour un problème de taille moyenne, la résolution s'effectue en moins de cinq secondes.

Par ailleurs, nous développons des outils permettant de déterminer, dans certains cas, que l'exemplaire à résoudre est non réalisable avant d'entamer la résolution. Dans le cas où ces outils ne permettent pas de détecter un exemplaire non réalisable, un algorithme permet de cibler les groupes de contraintes causant cette non réalisabilité. Cette méthode permettra à l'utilisateur du modèle de plus facilement corriger l'exemplaire dans le but

d'obtenir un plan de production admissible.

ABSTRACT

This thesis focuses on the production planning for a work shift in an open pit mine. The planning problem is to maximize the transportation of fragmented rock during a work shift while satisfying various operational constraints.

We propose a linear model that includes the main constraints encountered in the mining industry. The model includes the operational capacity of equipment, the quantity and the characteristics of the ore available at the shovels and the characteristics of the ore at the crushers. The thesis proposes a new method to include and linearize nonlinear functions that one used for estimating the waiting time of the trucks at the shovels. We use a linear model because such a model can easily be solved in a reasonable computational time.

First, we present a basic model that includes the main groups of constraints. Then, we enrich this model with additional constraints on the capacity of the fleet of trucks, including an estimation, by linear inequalities, of the waiting time at the shovels.

For solving the proposed linear model, we use a solver named Xpress-MP. The solution strategy is simple and, for a medium sized instance, the computational time is less than five seconds.

We also develop tools for determining if, in some cases, the instance is infeasible before starting the solution process. In cases where these tools does not detect an instance infeasibility, an algorithm can be used to identify a group of constraints causing this infeasibility. This method allows the user to adjust the parameters of the instance to obtain a valid production plan.

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS	iii
RÉSUMÉ	iv
ABSTRACT	vi
TABLE DES MATIÈRES	vii
LISTE DES TABLEAUX	x
LISTE DES FIGURES	xi
CHAPITRE 1 INTRODUCTION	1
1.1 Contributions	3
1.2 Organisation du mémoire	3
CHAPITRE 2 DÉFINITION DU PROBLÈME ET REVUE DE LA LIT- TÉRATURE	5
2.1 Définition du problème	5
2.1.1 Objectifs	6
2.1.2 Contraintes	6
2.2 Revue de la littérature	10
2.2.1 Sans attente	12
2.2.2 Avec attente	14
2.2.3 Discussion	16
CHAPITRE 3 MODÈLE	18
3.1 Modèle de base	18
3.1.1 Notation	18

3.1.2	Fonction objectif	19
3.1.3	Contraintes	20
3.2	Enrichissement	23
3.3	Capacité de la flotte	26
3.3.1	Modèle d'attente	27
3.3.2	Développement d'une fonction d'attente pour le modèle de base . .	30
3.4	Approximation du temps d'attente total	32
3.4.1	Temps d'attente total	35
3.5	Modèle complet	42
3.6	Multi-période	45
3.6.1	Notation	45
3.6.2	Modèle multi-période	46
3.6.3	Enrichissement	48
CHAPITRE 4 EXPÉRIMENTATIONS NUMÉRIQUES		50
4.1	Description d'un exemplaire du problème	50
4.2	Scénarios de base	53
4.2.1	Taille des modèles	55
4.2.2	Analyse des résultats	55
4.2.3	Relaxation des contraintes d'intégrité	59
4.3	Augmentation de r sur le temps d'attente totale	60
4.4	Analyse détaillée sur l'augmentation de la flotte	61
4.5	Analyse du temps travaillé des pelles	63
CHAPITRE 5 RÉTROACTION		65
5.1	Tests préliminaires	65
5.1.1	Production minimale et capacité des sources	66
5.1.2	Production minimale et capacité des puits	66
5.1.3	Ratio minéral et stérile et capacité des sources	67

5.1.4	Mélange	67
5.2	Méthode d'identification générale	68
5.2.1	Définition de l'algorithme	68
5.2.2	Méthode du filtre de suppression	70
5.3	Construction d'exemples non réalisables	71
5.3.1	Valeurs des caractéristiques aux pelles	71
5.3.2	Quantité aux pelles	72
5.3.3	Flotte	73
5.4	Résultats	73
5.4.1	Valeurs des caractéristiques aux pelles	74
5.4.2	Quantité aux pelles	74
5.4.3	Flotte	74
5.5	Analyse des résultats	74
CHAPITRE 6 CONCLUSION		76
BIBLIOGRAPHIE		78

LISTE DES TABLEAUX

3.1	Estimation de la valeur du temps d'attente total	40
3.2	Linéarisation avec la méthode de la sécante	41
3.3	Linéarisation avec la méthode de la tangente	42
4.1	Caractéristiques du minerai aux pelles	51
4.2	Caractéristiques du minerai demandées aux concasseurs	52
4.3	Temps de service (en secondes)	52
4.4	Temps de déplacement pour les camions de type CAT797 (en secondes) . .	53
4.5	Temps de déplacement pour les camions de type CAT777C (en secondes) .	54
4.6	Productivité (tonnes) des équipements de la mine pour un quart de travail de huit heures	56
4.7	Productivité (tonnes) des équipements de la mine pour un quart de travail de douze heures	57
4.8	Temps d'attente aux pelles	59
4.9	Effet de la valeur de r pour la méthode de la tangente	61
4.10	Effet de la valeur de r pour la méthode de la sécante	61
4.11	Productivité de la flotte et méthode de la tangente	62
4.12	Pourcentage de temps travaillé des pelles pour un quart de huit heures . .	63
4.13	Pourcentage de temps travaillé des pelles pour un quart de douze heures .	64
5.1	Valeurs du sulfure aux pelles	72
5.2	Quantités de minerai aux pelles de minerai	73

LISTE DES FIGURES

3.1	La seconde approximation en fonction de X_A	33
3.2	La seconde approximation en fonction du nombre de camions	34
3.3	Approximation linéaire par morceaux	35
3.4	Approximation du temps d'attente total	37
3.5	Méthode de la tangente	38
3.6	Méthode de la sécante	39
5.1	Exemple	69

CHAPITRE 1

INTRODUCTION

Les problèmes de planification de la production dans une mine à ciel ouvert peuvent être classés en trois grandes catégories, soit la planification de la production à long terme, à moyen terme et à court terme. Il s'agit de types de problème totalement différents, mais qui mènent à un but commun soit améliorer la productivité et la logistique de la mine à ciel ouvert. Dans le premier cas, la planification à long terme, appelée la planification stratégique, examine les décisions de gestion et les politiques de production sur un horizon de temps pouvant s'étendre sur des décennies. Dans le second cas, la planification à moyen terme, appelée la planification tactique, examine les ressources disponibles et les décisions d'aménagement sur un horizon de temps de quelques semaines ou quelques mois. Dans le troisième cas, la planification de la production à court terme considère les problèmes de logistique et le contrôle de la production sur un horizon de quelques heures seulement.

C'est la planification de la production dans une mine à ciel ouvert à court terme (quart de travail de huit à douze heures) qui est traitée en détail dans ce mémoire. Plus précisément, ce travail porte sur la planification du transport de la roche fragmentée par camions entre les pelles et les dépôts de la mine, tout en s'assurant de satisfaire un certain nombre de contraintes établies pour garantir le bon fonctionnement de la mine à ciel ouvert. La roche fragmentée se divise en deux catégories, soit le minerai, qui possède une valeur économique, et le stérile qui est sans valeur économique.

Une mine à ciel ouvert est constituée d'un réseau de routes sur lesquelles les camions transportent le minerai et le stérile entre les sources et les puits. Aux sources se trouvent

les pelles et aux puits se trouvent les lieux de déversement de minerai (incluant un ou plusieurs concasseurs) ou de stérile. Les pelles travaillent soit dans les zones minéralisées ou soit dans les zones de stérile (zone où le matériel extrait n'a pas de valeur économique). Le matériel extrait par les pelles situées dans les zones de minerai est envoyé vers le ou les concasseurs de la mine, où il sera broyé pour ensuite être acheminé vers une usine de traitement de minerai. L'acheminement du minerai du concasseur vers l'usine de concentration n'est pas considéré dans ce travail. Certaines pelles sont situées dans des zones de stérile. Ce minerai peu concentré doit être enlevé afin d'atteindre des bancs de minerai plus concentré. Le minerai extrait par les pelles de stérile est transporté vers des dépôts de stérile, appelés haldes de stérile, qui sont habituellement en retrait de la mine. Les pelles situées dans les zones de stérile ne contribuent pas directement à la production de minerai, mais on doit les considérer dans la planification de la production afin qu'une partie du stérile soit transportée. Le transport de stérile est essentiel afin d'assurer le bon déroulement de l'exploitation dans les périodes de production subséquentes ; i.e. pour s'assurer qu'une quantité minimale de minerai entre dans l'usine de traitement à chaque quart de travail. Toutes les pelles devront être prises en compte simultanément dans la planification de la production puisqu'elles desservent la même flotte de camions qui transportent le minerai et le stérile.

Le problème de planification de la production à court terme consiste à élaborer un plan de production qui permettra de déterminer la quantité de matériel qui sera transportée entre les sources et les puits pendant une période d'exploitation de façon à maximiser la production tout en satisfaisant un certain nombre de contraintes opérationnelles. Celles-ci se présentent sous plusieurs formes. Les pelles et les concasseurs sont contraints à ne pas excéder une certaine capacité de traitement maximale. La quantité de roches fragmentées qui sera transportée est limitée par la flotte de camions. Le mélange de minerai doit satisfaire certaines contraintes pour une ou des caractéristiques qui devront être dans une plage bornée inférieurement et supérieurement. Le matériel disponible est limité pour une

période de travail. De plus, les contraintes peuvent être de deux types; les contraintes flexibles, par exemple les contraintes de mélange, peuvent être légèrement violées au besoin et les contraintes strictes, telles que la quantité de minerai maximale transportée, doivent être obligatoirement satisfaites.

La planification du transport dans une mine est une tâche très importante puisqu'elle permet la distribution optimale de la flotte de camions vers l'ensemble des pelles de la mine. Ceci permettra de guider les camions vers les différentes pelles en temps réel, tout en respectant les résultats obtenus avec la planification de la production.

1.1 Contributions

Le but du mémoire est de développer un modèle générique pour la planification de la production à court terme dans une mine à ciel ouvert. Ce modèle générique pourra être utilisé dans plusieurs types de mine, il suffira d'ajuster les paramètres spécifiques à chacune d'elles. Le mémoire présente aussi des outils d'aide pour corriger les paramètres d'entrée du modèle lorsque ceux-ci rendent le problème non réalisable. En effet, lorsqu'un modèle comporte un grand nombre de contraintes paramétrées, il peut être difficile d'identifier celles qui rendent le problème non réalisable. Par conséquent, les outils développés aideront les utilisateurs du modèle à mieux cibler les corrections à apporter pour arriver à une solution réalisable du modèle, soit à un plan de production.

1.2 Organisation du mémoire

Dans le chapitre qui suit, nous répertorions d'abord les différents objectifs et contraintes qui peuvent être considérées dans un modèle de planification de la production dans une mine à ciel ouvert. Par la suite, nous proposons une revue de la littérature sur le sujet qui met en évidence les différents modèles proposés, ainsi que leurs forces et faiblesses.

Dans le chapitre 3, nous proposons un modèle de base pour la résolution du problème de planification de la production dans une mine à ciel ouvert. Ce modèle de base comporte uniquement les contraintes essentielles pour arriver à construire un plan de production à court terme. Par la suite, nous définissons des blocs de contraintes supplémentaires qui peuvent être ajoutés au modèle de base pour former un modèle enrichi, plus réaliste et plus complet que le modèle de base. Entre autres, nous discutons de la notion de multipériode qui permet de séparer le quart de travail en intervalles de temps plus petits. La fonction objectif et les contraintes sont redéfinies pour intégrer cette notion de multipériodicité.

Nous proposons aussi une façon originale d’inclure et de linéariser les fonctions non linéaires permettant d’inclure le temps d’attente des camions aux pelles au modèle.

Par la suite, dans le chapitre 4, nous présentons les résultats de tests réalisés avec le modèle de base et différents modèles enrichis. Ces tests sont effectués en utilisant des données provenant en partie de mines réelles. L’analyse des résultats obtenus permet de s’assurer de la validité des modèles, ainsi que de la validité et la cohérence des plans de production construits par ceux-ci.

Une seconde partie du mémoire est réservée à l’analyse rétroactive des causes potentielles qui ont mené à une solution non réalisable lors de la résolution d’un exemplaire. Puisqu’il pourrait être difficile d’obtenir une solution réalisable avec un grand ensemble de contraintes, nous développons des outils permettant d’identifier les groupes de contraintes qui ont pu rendre le problème non réalisable. En décelant ces groupes de contraintes, l’utilisateur du modèle pourra ensuite perturber les paramètres de celui-ci dans le but d’obtenir une solution réalisable.

CHAPITRE 2

DÉFINITION DU PROBLÈME ET REVUE DE LA LITTÉRATURE

2.1 Définition du problème

Une mine à ciel ouvert consiste en un réseau de routes sur lequel les équipements miniers, pelles et concasseurs, sont distribués. À des endroits spécifiques de la mine, on retrouve les pelles, l'équipement permettant le chargement des différents types de camion. Les types de camions dépendent de la capacité de chargement de ceux-ci. Les camions doivent se déplacer vers les pelles en empruntant le réseau routier de la mine. Aux pelles les camions sont chargés selon leurs capacités spécifiques. Les chemins permettent de relier les pelles aux lieux de déversement. À des endroits spécifiques de la mine, les camions peuvent déverser leur chargement de minerai ou de stérile. Il est aussi possible de déverser du minerai dans des piles pour un usage ultérieur.

Le problème consiste à déterminer le nombre de camions de chaque type qui se déplacent entre chaque paire de pelle et de concasseur et vice versa pendant une période de temps donnée (habituellement un quart de travail). La somme du minerai acheminé par camion vers le ou les concasseurs doit satisfaire certaines règles pour que le mélange soit acceptable. On doit satisfaire certaines règles d'opération comme le transport d'une quantité suffisante de stérile et le respect de certains niveaux de capacité des équipements. Le résultat procure un plan de production pour la période testée qui indiquera, un plan de déplacement de camions, la quantité de minerai ou de stérile extraite par chaque pelle

et la quantité de minerai acheminée à chaque concasseur ou pile.

2.1.1 Objectifs

Pour ce problème, plusieurs types d'objectif peuvent être considérés. Dans la littérature, les objectifs les plus fréquemment rencontrés sont la maximisation de la production et la minimisation des coûts de production. Les objectifs peuvent soutenir la rencontre des cibles de qualité demandés pour le mélange de minerai aux concasseurs, cette valeur de qualité étant délimitée dans un intervalle formé d'une borne inférieure et d'une borne supérieure. Ensuite, ils peuvent assister la rencontre de la quantité de minerai à produire dans une certaine période de temps. Ils peuvent également aider à maximiser l'utilisation des équipements de la mine (pelles et camions). De plus, les objectifs ont avantage à soutenir la minimisation des différentes déviations par rapport au plan de production à long terme, l'attente des camions aux pelles et aux concasseurs, le temps de déplacement des camions sur le réseau de chemins de la mine, la saturation des pelles ou le coût d'utilisation des équipements miniers.

2.1.2 Contraintes

Pour construire un plan de production acceptable, on doit aussi respecter un ensemble de règles d'opération. Nous présentons dans cette section une liste des contraintes fréquemment rencontrées dans les mines à ciel ouvert pour avoir une meilleure idée de leur fonction et de leur utilité.

On peut voir une mine comme un réseau de routes, où les origines ou sources représentent la localisation des pelles et les destinations ou puits représentent les concasseurs ou les haldes de stérile. Le flot représente le nombre de camions se déplaçant sur un chemin du réseau entre une source et un puits ou vice-versa.

Voici maintenant une liste exhaustive des différentes contraintes susceptibles d'être rencontrés dans le problème d'obtention d'un plan de production minier. Nous définirons en détail la nature de chacune de ces contraintes.

1. **Conservation de flot** : Ces contraintes permettent d'équilibrer le flot de camions aux sources et aux puits de la mine. Elles servent à s'assurer que, pour chaque source, le nombre de camions vides entrants est égal au nombre de camions pleins sortants. Dans le cas des puits de la mine, le nombre de camions pleins arrivant à chaque puits doit être égal au nombre de camions vides en sortant. Il s'agit d'un ensemble de contraintes essentielles, puisqu'elles permettent de ne pas obtenir d'irrégularité dans la distribution du flot de camions sur le réseau de la mine.

2. **Capacité minimale et maximale aux puits** : Cet ensemble de contraintes sert à garantir que la production totale de toutes les sources envoyées vers un certain puits n'excède pas la capacité maximale de ce puits. Pour les concasseurs, cette limite est bornée sur le débit (tonne/unité de temps) propre aux équipements utilisés. Pour les haldes de stérile, il est d'usage de considérer cette capacité comme étant infinie. On peut aussi utiliser des contraintes pour définir une quantité minimale à transporter vers un puits.

3. **Capacité minimale et maximale des sources** : Cet ensemble de contraintes limite la capacité des pelles, soit inférieurement ou supérieurement. La limite sur la capacité maximale est fonction du type de pelle utilisée et de la quantité de matériel disponible à la pelle durant le quart de travail. On peut également exiger qu'une quantité minimale de matériel soit extraite d'une zone.

4. **Capacité des camions** : Nous savons que la flotte de camions possède une capacité

de chargement maximale pour une période de temps. Cette capacité de transport est fonction du temps consacré au chargement des camions, au transport du matériel des sources vers les puits, à l'attente aux puits pour le déversement, aux déplacements entre les puits et les sources et à l'attente aux pelles. L'attente aux pelles provient du fait que si on assigne trop de camions à une pelle, le temps d'attente à cette pelle sera plus long puisque les camions devront attendre que la pelle soit libre avant que débute le chargement. Il en est de même pour les concasseurs. On ne doit pas pouvoir transporter plus de minerai et de stérile qu'il en est possible pendant une période de travail.

5. **Mélange** : Le matériel extrait dans chaque zone de minerai comporte un ou plusieurs attributs. Les attributs sont en fait différentes teneurs en minerai, en impureté, etc. Le mélange formé par l'ensemble des quantités de minerai envoyées aux concasseurs doit être tel que la moyenne de chacun des attributs soit comprise dans une fenêtre bornée par des limites minimale et maximale propres à chaque attribut. La plage à respecter pour chaque attribut est imposée afin que l'usine de traitement fonctionne de manière optimale.
6. **Niveau de production minimale** : Les autorités de la mine peuvent fixer une certaine quantité de minerai à produire. Dans ce cas, il doit y avoir une contrainte permettant de garantir la production de cette quantité de minerai dans une période de temps. Cette contrainte est alors globale pour l'ensemble des concasseurs.
7. **Limitation des déplacements** : Cet ensemble de contraintes permet de limiter le déplacement de certains types de camions sur certains arcs du réseau, puisqu'il existe des cas où ce ne sont pas tous les camions qui pourront se déplacer sur l'ensemble des arcs du réseau.

8. **Limitation de la variation de flot** : Il est possible de séparer une période de temps en intervalle plus petit. Dans ce cas, il peut être souhaitable de limiter les écarts de production de chaque pelle ou concasseur entre deux intervalles de temps consécutifs.

9. **Limitation du nombre de camions aux sources et aux puits du réseau** :
 Dans le cas où l'on veut limiter l'attente des camions aux pelles et aux concasseurs, on peut utiliser ces contraintes pour limiter le nombre d'assignations de camions sur les arcs du réseau. Donc, on borne supérieurement le nombre de camions pouvant être assignés, par exemple à une pelle pendant une période de travail. Cela permet évidemment de limiter le temps d'attente des camions.

10. **Ratio minéral et stérile** : Comme il peut être nécessaire d'enlever certaines couches de stérile pour atteindre le minéral, on peut exiger de respecter un certain ratio entre le transport de minéral et du stérile. Ce ratio permet le chargement d'une quantité minimale de stérile par rapport au minéral. Ce ratio est appelé en anglais le "striping ratio".

11. **Nombre de camions** : Pour une certaine mine, nous avons bien entendu un nombre maximal de camions qui peuvent être utilisés pendant une période de temps. Il peut être limité par le nombre de chauffeurs présents pendant cette période. Il peut être nécessaire d'avoir une contrainte permettant de limiter le nombre de camions à utiliser.

12. **Nombre de pelles** : Il y a un nombre maximum de pelles pour un certain quart de travail. Cet ensemble de contraintes certifie qu'il n'y a pas plus de pelles en fonctionnement qu'il est possible d'en avoir.

13. **Entretien périodique de l'équipement** : Durant certains quarts de travail, il se peut qu'un équipement (pelle ou camion) soit dû pour un entretien périodique. Dans

ce cas, cet entretien affectera l'équipement disponible pour une certaine partie du quart de travail.

14. **Contraintes syndicales** : La convention de travail des travailleurs de la mine peut donner des limitations sur le temps de travail que les travailleurs peuvent effectuer pendant un quart de travail. Ce temps sera limité par des pauses et des arrêts pour le lunch. Cela pourra aussi limiter le nombre d'heures consécutives qu'un travailleur peut faire avant une pause. Ceci mènera à la définition du temps de travail effectif, qui est le temps de travail réel qui peut être utilisé pendant une période de travail.

2.2 Revue de la littérature

Les problèmes de planification dans les mines peuvent être représentés par des modèles mathématiques permettant la distribution du flot de matériel sur le réseau de transport de la mine afin d'optimiser un objectif tout en respectant des contraintes opérationnelles. Un tel modèle se transcrit sous forme d'un programme mathématique, ce programme mathématique contient une fonction objectif et un ensemble de contraintes régissant le fonctionnement de la mine.

Les programmes mathématiques peuvent être regroupés en deux classes : les programmes linéaires et les programmes non linéaires. Les programmes linéaires sont définis par le fait que la fonction objectif et toutes les contraintes sont des fonctions linéaires. D'autre part, si la fonction objectif est une fonction non linéaire ou qu'il existe au moins une contrainte qui est représentée par une fonction non linéaire, on parle alors d'un programme non linéaire.

La résolution de programmes mathématiques est liée au type de programmes que l'on

traite, les méthodes de résolution étant différentes pour les deux types de programme mathématique. Les programmes linéaires sont parfois plus faciles à résoudre que les programmes non linéaires. Toutefois les programmes non linéaires donnent des solutions moins extrémistes et plus stables par rapport à la modification des paramètres, ces solutions seront plus souvent au milieu des intervalles de validité des contraintes. Dans le contexte minier, les solutions produites par le programme linéaire ont plus tendance à solliciter les équipements à leur capacité maximale de production. La recherche d'une solution optimale pour un modèle non linéaire peut être laborieuse et dépend de la nature du problème à résoudre (convexe, concave, indéfini). Ces deux approches ont été utilisées dans la littérature pour l'obtention de plans de production.

Dans la section précédente, nous avons définis les concepts principaux pour la création d'un programme mathématique afin de réaliser un plan de production à court terme. Analysons maintenant les différents modèles proposés dans la littérature. Nous allons mettre l'emphase sur les points suivants :

- le type de modélisation ;
- la fonction objectif ;
- l'ensemble de contraintes ;
- la modélisation du temps d'attente ;
- les avantages et les inconvénients relevés par les auteurs.

Nous présentons en premier lieu les articles n'incluant pas le temps d'attente des camions aux pelles et aux concasseurs dans leur modèle et par la suite les articles intégrant cet aspect.

2.2.1 Sans attente

Wilke et Reiner (1979) désirent faire la planification optimale de la production dans une mine à ciel ouvert. Ils utilisent pour ce faire un programme linéaire, dont la fonction objectif a pour but la maximisation de la productivité des pelles. Pour chacune des pelles, les auteurs ont ajoutés un poids dans la fonction objectif, caractérisant la priorité de la pelle. L'ensemble de contraintes comprend les contraintes de mélange, les contraintes de capacité aux sources et aux puits. Les avantages de l'utilisation d'un schéma de priorités arbitraires sont que l'objectif d'optimalité économique peut être divisé en différents objectifs techniques, ainsi les contraintes peuvent être modélisées très précisément, et qu'il est possible d'enrayer et de prendre en compte les déviations majeures par rapport au plan de production à long terme. Le désavantage principal de cette méthode réside dans le fait qu'on devra ajuster les poids dans l'objectif à l'aveuglette pour obtenir un plan de production satisfaisant.

Les travaux de Burt, Caccetta, Hill et Welgama (2005) portent sur l'allocation optimale des camions aux pelles. Pour effectuer cette allocation, ils utilisent un programme linéaire dont la fonction objectif est la minimisation du coût d'opération de la flotte de camions et de la flotte de pelles. L'ensemble de contraintes du modèle comprend uniquement les capacités des équipements de la mine et le respect d'une production d'une quantité minimale de minerai. La différence majeure de cet article réside dans le désir des auteurs d'obtenir un plan de production reflétant une bonne productivité des équipements. Pour ce faire, ils utilisent le facteur de correspondance qui est une mesure de la productivité de la flotte. Le facteur de correspondance est le rapport entre la productivité des pelles et celle des camions pour une flotte homogène de camions. Le facteur de correspondance peut être utilisé pour déterminer la productivité d'une flotte de camions, le facteur de correspondance théorique parfait est de 1. L'article n'intègre pas de fonction définissant l'attente aux pelles, mais il est question d'une méthode de modélisation du temps d'attente qui serait fonction du temps d'inter-arrivée des camions aux pelles.

L'article de Rubito (2005) porte sur l'allocation optimale des camions aux concasseurs de la mine. L'auteur utilise un programme linéaire où la fonction objectif consiste à maximiser les profits de l'envoi des camions aux différents concasseurs. L'ensemble de contraintes comprend uniquement les contraintes de capacité des puits.

L'article de Gershon, Davala et Mudrageda s'intéresse particulièrement au problème du mélange du minerai aux concasseurs. Le problème se base sur le mélange de minerai dans une mine de charbon. Pour résoudre ce problème, les auteurs utilisent un programme linéaire. L'ensemble de contraintes comprend le respect d'une certaine quantité minimale de charbon à produire et les contraintes de mélange. Le mélange final de minerai ne doit pas contenir plus qu'une certaine quantité maximale de BTU, d'impuretés et de sulfure. La fonction objectif du problème consiste en la minimisation des coûts d'opération. Une telle modélisation du problème permet de résoudre le problème facilement avec la méthode du simplexe avec bornes et la décomposition de Danzig-Wolfe.

Zhang, Li et Cai (1990) traitent de l'allocation optimale du flot de camions dans une mine à ciel ouvert. Pour effectuer la distribution des camions aux pelles, les auteurs utilisent un programme linéaire. La fonction objectif consiste à minimiser le nombre de camions requis pour satisfaire la production de la mine sur un horizon à court terme. L'ensemble de contraintes est vaste et comprend : la conservation de flot, la capacité des pelles, un niveau de production minimale, le mélange, le ratio minerai et stérile, les capacités minimale et maximale des puits.

Temeng (1997) désire faire la planification de la production dans une mine à ciel ouvert en faisant l'allocation optimale de la flotte de camions aux pelles. Pour arriver au résultat, il élabore un programme linéaire. L'auteur utilise une fonction objectif à deux niveaux qui a pour but simultané de maximiser la production de minerai des pelles et de maintenir la

qualité du mélange de minerai dans les limites acceptables définies par la mine. De plus, l'auteur considère plusieurs groupes de contraintes pour arriver à un plan de production plus réaliste. Il traite les groupes de contraintes suivants : la capacité des pelles, la capacité des concasseurs et des dépôts de stérile, la conservation de flot, le mélange, le ratio minerai et stérile, le nombre de camions utilisés et la non-négativité des variables.

2.2.2 Avec attente

Nous considérons maintenant les travaux qui comprennent une modélisation du temps d'attente. Ceux-ci devraient mener à des solutions plus réalistes, puisqu'on tient compte de l'effet de l'attente sur le niveau de production de la flotte de camions.

Il est à noter qu'une façon simpliste de prendre en compte l'attente est d'ajouter aux temps de parcours un temps d'attente moyen, sous forme d'une constante liée à la pelle. Notre recherche bibliographique n'a toutefois pas permis d'identifier des articles utilisant cette approche.

Le modèle décrit dans Soumis et al. (1986) et Soumis et al. (1988) a pour but d'obtenir un plan d'opération pour l'équipement de la mine, incluant le nombre de camions et le nombre de pelles que l'on devrait mettre en fonction pour un quart de travail. Le modèle doit aussi déterminer le niveau d'activité de chacune des pelles et les itinéraires de camions réalisant au mieux les objectifs de qualité et de quantité de minerai transporté. Pour ce faire, les auteurs utilisent un modèle non linéaire, puisque la fonction objectif n'est pas une fonction linéaire. La fonction objectif consiste à minimiser une somme pondérée de termes. Un premier groupe de termes assure la maximisation de la production en mesurant le carré de l'écart entre la capacité de chacune des pelles (exprimée en nombre de camions qu'elles peuvent charger) et le nombre de camions chargés. Puisqu'il s'agit d'une minimisation, il est avantageux de charger beaucoup de camions à chacune des pelles pour faire

diminuer la valeur de ces termes de l'objectif, maximisant par le fait même la production. Cet objectif permet une répartition du travail sur chacune des pelles. Un second groupe de termes doit maintenir les objectifs de qualité à un niveau acceptable. Le dernier terme de la fonction économique assure que le nombre de camions utilisés correspond au nombre de camions disponibles. Dans ce modèle, la majorité des contraintes ont été relaxées dans la fonction objectif, il reste alors très peu de contraintes dans le corps du programme non linéaire. Les seules contraintes traitées explicitement sont les contraintes de conservation de flot. Ce transfert des contraintes dans la fonction objectif permet aux auteurs de résoudre un problème de flot à coût non linéaire minimum en utilisant l'algorithme de Frank-Wolfe. Le temps de résolution y est très court. Les auteurs mentionnent que leur modèle tient compte de l'attente sans toutefois présenter la modélisation exacte. Les temps d'attente en chaque point sont donnés par une fonction non linéaire croissante par rapport au nombre de camions servis. Cette fonction a été développée en utilisant la théorie des files d'attente. Ce modèle à coût non linéaire a l'avantage de produire des plans d'opération beaucoup plus stables que les modèles linéaires lors de modifications de paramètres.

McInnis (1985) a présenté dans son mémoire l'élaboration d'un plan d'extraction du minerai, c'est-à-dire la détermination du nombre de camions à affecter à chacune des pelles durant une période de temps de façon à maximiser la production tout en réalisant un mélange de minerai satisfaisant certaines contraintes de qualité. Pour ce faire, l'auteur utilise un modèle non linéaire, il s'agit essentiellement du même modèle présenté dans les articles traités ci-dessus. McInnis propose par ailleurs de modifier quelque peu certains termes de la fonction objectif de façon à équilibrer l'utilisation des pelles et des routes. Ces modifications aident à ce que l'ensemble des pelles soient utilisées de façon équitable, c'est-à-dire qu'aucune pelle ne charge beaucoup plus de camions que les autres. Il en est de même pour l'utilisation des routes du réseau de transport, on veut qu'elles soient également utilisées. Comme dans les articles précédents plusieurs contraintes apparaissent sous la forme d'une pénalité dans la fonction objectif, l'ensemble de contraintes comprend uniquement

la conservation de flot. McInnis définit en détails la modélisation du temps d'attente des camions dans la mine. Celle-ci est basée sur la théorie des files d'attente, on utilise une file d'attente aux pelles du type Erlang $E/E/1$. Dans le langage de la théorie des files d'attente, cela signifie qu'à chaque pelle, on a un système à un serveur où le temps moyen d'inter-arrivée des camions suit une distribution Erlang et le temps de service moyen suit aussi une distribution de type Erlang. Le temps d'inter-arrivée moyen est le temps moyen entre les arrivées à une pelle de deux camions consécutifs. Pour l'attente des camions aux concasseurs, McInnis suppose que ce temps d'attente est pratiquement nul, puisque les concasseurs sont des systèmes à plusieurs serveurs et que par ce fait l'attente devrait être moindre. De plus, on ne peut utiliser la théorie des files d'attente utilisée pour les pelles qui étaient un système à un serveur pour le temps d'attente aux concasseurs. La modélisation du temps d'attente pour un système de plusieurs serveurs est une tâche très difficile. L'avantage majeur de ce type de modèle réside dans le fait que leurs solutions sont beaucoup moins extrémistes que les solutions d'un modèle linéaire simple. L'inconvénient majeur du modèle défini dans ce mémoire vient du fait que chacun des groupes de termes de la fonction objectif sont paramétrés par un poids caractérisant leur importance. On doit faire l'ajustement de toutes ces constantes pour obtenir de bonnes solutions, ce qui peut être difficile et représenter une grande charge de travail. De plus, dans le cadre d'un modèle générique, une telle approche est difficile et non souhaitable, car ces paramètres seront différents pour chaque mine ce qui demandera des ajustements spécifiques à chacune d'elles.

2.2.3 Discussion

Comme nous pouvons le constater, il existe plusieurs façons modéliser l'élaboration d'un plan de production dans une mine par un programme mathématique. Les choix de fonction objectif sont vastes et peuvent grandement influencer le comportement du modèle. Nous avons vu plusieurs manières d'incorporer les groupes de contraintes au programme

mathématique, celles-ci dépendent des variables du problème. De plus, il existe une méthode pour modéliser le temps d'attente des camions aux pelles et aux concasseurs. Nous avons par ailleurs relevé les avantages et les inconvénients des modélisations existantes. Soumis et al. (1986, 1988) ont un très bon modèle, mais difficile à utiliser dans un contexte où on cherche un modèle générique puisque l'ajustement des poids de la fonction objectif doit être fait selon les caractéristiques de chacune des mines.

Dans ce mémoire, nous désirons élaborer un programme linéaire pour la planification de la production. Nous voulons intégrer les notions intéressantes des modèles non linéaires comme l'obtention de solutions moins extrémistes et une modélisation de l'attente des camions aux sources et aux puits de la mine.

CHAPITRE 3

MODÈLE

Dans ce chapitre, nous proposons un programme linéaire pour élaborer un plan de production dans une mine à ciel ouvert pour un quart de travail. Ce dernier inclut une modélisation du temps d'attente des camions aux pelles et aux concasseurs.

Dans ce modèle, nous supposons que la flotte de camions est hétérogène, ce qui implique qu'elle peut contenir plusieurs types de camions ayant des capacités de chargement distinctes. Il en est de même pour les pelles, celles-ci peuvent être de différents types avec des capacités différentes.

3.1 Modèle de base

Nous formulons d'abord un modèle de base contenant les informations essentielles pour la création d'un plan de production pour un quart de travail.

3.1.1 Notation

La notation suivante est utilisée dans le modèle proposé. Soit

I l'ensemble des sources de minerai ou de stérile.

$J = J_c \cup J_s$ l'ensemble des puits où J_c est l'ensemble des puits associés aux concasseurs et J_s est l'ensemble des puits associés aux halles de stérile.

B l'ensemble des types de camions.

Il pourrait y avoir des piles, qui peuvent représenter des sources ou des puits. Les piles prisent en compte comme des puits représentent en fait des endroits où les camions peuvent décharger du minerai. Ceci permet de réduire la quantité de minerai entrant aux concasseurs. Le minerai de ces piles pourra ensuite être envoyé vers les concasseurs et celles-ci deviennent des sources de minerai au même titre que les pelles. On omet cette distinction pour la suite du mémoire afin d'alléger le texte et le mémoire.

Les variables principales du modèle sont :

X_{ijb} : Nombre de camions de type b transportant du matériel de la source i au puits j par quart de travail.

Y_{jib} : Nombre de camions de type b effectuant le trajet à vide du puits j vers la source i par quart de travail.

3.1.2 Fonction objectif

L'objectif consiste à maximiser les profits dans la mine pour un quart de travail. Pour ce faire, il suffit de maximiser le nombre de voyages entre les différentes sources et les différents puits. Comme la flotte de camions est hétérogène, le profit associé à un voyage entre la source i et le puits j dépend du type de camions utilisés. Pour cette raison, on doit ajouter des paramètres, qui devront être définis par les autorités minières, représentant le profit du transport de minerai entre chaque source et un chaque puits.

C_{ijb} : Profit du transport de minerai entre la source i et le puits j avec un camion de type b .

Le paramètre C_{ijb} peut prendre en compte le coût de transport sur l'arc (i, j) , la qualité du minerai en i , la distance entre i et j , le type de camions, etc. Il est à noter que les paramètres C_{ijb} peuvent aussi représenter du tonnage et que, dans ce cas, la distance parcourue n'a plus d'importance on peut alors omettre les indices i et j . Dans une telle situation, les paramètres s'écrivent sous la forme C'_b .

La fonction objectif du modèle s'écrit alors :

$$\boxed{\text{Maximiser } z = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{b \in B} C_{ijb} \cdot X_{ijb}} \quad (3.1)$$

Si on désire faire la minimisation des coûts de transport dans la mine, on doit ajouter les variables Y_{jib} dans la fonction objectif puisque dans ce cas les coûts de transport ne dépendent pas uniquement des variables X_{ijb} .

3.1.3 Contraintes

Le premier modèle présenté est appelé le modèle de base. Ce modèle intègre les contraintes qui sont les plus fréquentes dans l'élaboration d'un plan de production. On présentera plus loin des ajouts à ce modèle ou des variantes.

Conservation de flot

Les contraintes de conservation de flot sont nécessaires afin d'avoir le même nombre de camions pleins de type b arrivant à un puits que de camions vides de type b en sortant. Réciproquement, on doit avoir pour chaque type de camions le même nombre de camions vides arrivant à une source que de camions pleins en sortant. Ces contraintes sont :

$$\boxed{\sum_{i \in I} X_{ijb} - \sum_{i \in I} Y_{jib} = 0 \quad \forall j \in J, \forall b \in B} \quad (3.2)$$

$$\boxed{\sum_{j \in J} X_{ijb} - \sum_{j \in J} Y_{jib} = 0 \quad \forall i \in I, \forall b \in B} \quad (3.3)$$

Capacité des puits

Un autre ensemble de contraintes permet le respect de la capacité des concasseurs et des différents lieux de déchargement de stérile. Nous devons définir des paramètres qui devront être initialisés par le planificateur. La valeur de ces paramètres dépend du type d'équipements.

CJ_j^U : Capacité maximale du dépôt j en nombre de tonnes par quart de travail.

CJ_j^L : Capacité minimale du dépôt j en nombre de tonnes par quart de travail.

CB_b : Capacité d'un camion de type b (en tonnes).

Les paramètres CJ_j^L et CJ_j^U représentent la capacité des concasseurs pour $j \in J_c$ et la capacité des dépôts de stérile pour $j \in J_s$, respectivement.

Très souvent, on peut supposer que la capacité maximale des dépôts de stérile est arbitrairement grande. Dans ce cas, il n'y a pas lieu de la considérer. Toutefois, pour des fins d'uniformité de notation, nous la considérons dans ce qui suit.

$$\boxed{\sum_{i \in I} \sum_{b \in B} CB_b \cdot X_{ijb} \leq CJ_j^U \quad \forall j \in J} \quad (3.4)$$

$$\boxed{\sum_{i \in I} \sum_{b \in B} CB_b \cdot X_{ijb} \geq CJ_j^L \quad \forall j \in J} \quad (3.5)$$

Capacité des sources

Des contraintes pour borner inférieurement et supérieurement la capacité des sources existent également. Pour ce faire, définissons d'abord certains paramètres. Soit

CI_i^L : Borne inférieure sur le nombre de tonnes extraites à la source i .

CI_i^U : Borne supérieure sur le nombre de tonnes extraites à la source i .

La borne CI_i^U dépend de deux paramètres, soit ρ_i (le nombre de tonnes disponibles à la source i) et δ_i (la capacité de la pelle, en tonnes par quart, à la source i). En fait, CI_i^U est le minimum entre ces deux quantités.

$$CI_i^U = \min\{\rho_i, \delta_i\} \quad \forall i \in I \quad (3.6)$$

Les contraintes sur la capacité des sources s'écrivent :

$$\boxed{\sum_{j \in J} \sum_{b \in B} CB_b \cdot X_{ijb} \leq CI_i^U \quad \forall i \in I} \quad (3.7)$$

$$\boxed{\sum_{j \in J} \sum_{b \in B} CB_b \cdot X_{ijb} \geq CI_i^L \quad \forall i \in I} \quad (3.8)$$

Intégrité et non-négativité

Pour avoir un modèle fonctionnel, il suffit d'ajouter des contraintes d'intégrité sur les variables.

$$\boxed{X_{ijb} \in \mathbb{N} \quad \forall i \in I, \forall j \in J, \forall b \in B} \quad (3.9)$$

$$\boxed{Y_{jib} \in \mathbb{N} \quad \forall i \in I, \forall j \in J, \forall b \in B} \quad (3.10)$$

Nous pouvons aussi relaxer ces contraintes de façon à demander seulement la non-négativité des variables X_{ijb} et Y_{jib} . Notre but est d'obtenir un plan de production pour un quart de travail facilitant l'assignation des camions aux pelles en temps réel. Il est possible que l'on obtienne des fractions de camions à envoyer aux pelles dans le cas où

seulement la non-négativité des variables X_{ijb} et Y_{jib} est considérée. Il ne s'agit pas d'un grand désavantage et ceci permettra quand même d'avoir une cible pour l'assignation des camions en temps réel.

3.2 Enrichissement

Nous développons maintenant des groupes de contraintes supplémentaires pouvant s'intégrer au modèle de base présenté à la section précédente. Ces groupes de contraintes pourront être ajoutés par bloc pour former un modèle enrichi plus complet qui permettra d'élaborer des plans de production plus réalistes.

Mélange

Les contraintes de mélange servent à garantir des caractéristiques acceptables pour le minerai qui entre à l'usine de traitement. On doit borner inférieurement et supérieurement ces différentes caractéristiques du minerai pour obtenir un mélange dans les intervalles de validation. Les bornes doivent être définies par le planificateur selon le type de mélange désiré. Soit

K	l'ensemble des caractéristiques du minerai.
A_{ik}	la valeur typique de la caractéristique k à la source i donnée en unités par tonne.
A_{jk}^L et A_{jk}^U	les bornes inférieure et supérieure sur la valeur de la caractéristique k pour le mélange qu'on doit obtenir au puits j en unités par tonne.

Ces paramètres devront être ajustés pour refléter la teneur des caractéristiques du minerai au début de chacun des quarts de travail.

Pour chacun des concasseurs, il existe deux contraintes par caractéristique du minerai, soit une première contrainte pour la borne inférieure et une seconde pour la borne

supérieure.

$$\boxed{\sum_{i \in I} \sum_{b \in B} (A_{ik} - A_{jk}^L) \cdot CB_b \cdot X_{ijb} \geq 0 \quad \forall j \in J_c, \forall k \in K} \quad (3.11)$$

$$\boxed{\sum_{i \in I} \sum_{b \in B} (-A_{ik} + A_{jk}^U) \cdot CB_b \cdot X_{ijb} \geq 0 \quad \forall j \in J_c, \forall k \in K} \quad (3.12)$$

Les contraintes peuvent également être globales pour l'ensemble des concasseurs. dans ce cas les contraintes s'écrivent :

$$\boxed{\sum_{j \in J_c} \sum_{i \in I} \sum_{b \in B} (A_{ik} - A_{jk}^L) \cdot CB_b \cdot X_{ijb} \geq 0 \quad \forall k \in K} \quad (3.13)$$

$$\boxed{\sum_{j \in J_c} \sum_{i \in I} \sum_{b \in B} (-A_{ik} + A_{jk}^U) \cdot CB_b \cdot X_{ijb} \geq 0 \quad \forall k \in K} \quad (3.14)$$

Ratio minéral et stérile

Des contraintes peuvent être ajoutées pour assurer une production de stérile suffisante, dans le but de faciliter l'accès aux zones minéralisées et garantir une production future constante de minéral. Celui-ci garantit le transport d'une certaine quantité de stérile par rapport à la quantité transportée de minéral.

Soit R_{min} le ratio minimal de la production de stérile sur la production de minéral.

$$\boxed{\sum_{i \in I} \sum_{j \in J_s} \sum_{b \in B} CB_b \cdot X_{ijb} - R_{min} \cdot \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_c} \sum_{b \in B} CB_b \cdot X_{ijb} \geq 0} \quad (3.15)$$

Respect de la production minimale

Cette contrainte impose la production minimale d'une certaine quantité de minerai pendant le quart de travail.

D : Demande minimale de production de minerai pour le quart de travail (en tonnes).

$$\boxed{\sum_{i \in I} \sum_{j \in J_c} \sum_{b \in B} CB_b \cdot X_{ijb} \geq D} \quad (3.16)$$

Incompatibilité des équipements

Certains type de camions peuvent être incompatibles avec les équipements associés aux lieux de chargement et de déchargement. Dans de tels cas, il faut alors interdire le type de camions sur les segments (i, j) et (j, i) . Voici des paramètres nécessaires au développement de cet ensemble de contraintes.

φ_{bi}^I : Constante binaire qui vaut 1 si le camion b est autorisé à charger à la source i pendant le quart de travail et 0 sinon.

φ_{bj}^J : Constante binaire qui vaut 1 si le camion b est autorisé à décharger au puits j pendant le quart de travail et 0 sinon.

M : une valeur arbitrairement grande.

Pour simplifier l'écriture on peut définir un paramètre Γ_{ijb} qui prend la valeur 1 si le camion b peut charger à la source i et décharger au puits j et 0 sinon.

$$\boxed{\Gamma_{ijb} = \varphi_{bi}^I \cdot \varphi_{bj}^J} \quad (3.17)$$

Nous pouvons maintenant écrire la contrainte :

$$\boxed{X_{ijb} \leq \Gamma_{ijb} \cdot M \quad \forall i \in I, \forall j \in J, \forall b \in B} \quad (3.18)$$

Dans le cas présent, lorsque'un camion de type b n'est pas autorisé à charger ou à décharger à une source i ou à un puits j respectivement il suffit de mettre la variable X_{ijb} associée à la valeur nulle. Si $\varphi_{bi} = 0$ ou $\varphi_{bj} = 0$ on doit nécessairement avoir $X_{ijb} = 0$.

3.3 Capacité de la flotte

La capacité de la flotte de camions se définit comme étant le temps total de disponibilité de tous les camions durant la durée du quart de travail. Cette capacité ne doit pas être excédée par le temps d'utilisation des camions qui comprend les temps de déplacement, les temps de service (chargement ou déchargement) et les temps d'attente. Pour un camion de type b , on comptabilise son temps d'utilisation sur un segment d'une source i à un puits j comme suit :

$$\boxed{T_{Utilisation,(i \rightarrow j)}^b = T_{ijb}^P + T_j^{AJ} + T_{jb}^D} \quad (3.19)$$

et celui sur un segment d'un puits j vers une source i comme suit :

$$\boxed{T_{Utilisation,(j \rightarrow i)}^b = T_{jib}^V + T_i^{AI} + T_{ib}^C} \quad (3.20)$$

où

T_{ijb}^P : Temps de transport d'un camion de type b plein entre la source i et le puits j ;

T_j^{AJ} : Temps d'attente d'un camion au puits j ;

T_{jb}^D : Temps de déversement au puits j d'un camion de type b ;

T_{jib}^V : Temps de transport à vide d'un camion de type b entre le puits j et une source i ;

T_i^{AI} : Temps d'attente d'un camion à la source i ;

T_{ib}^C : Temps de chargement à la source i d'un camion de type b .

$T_{ijb}^P, T_{jb}^D, T_{jib}^V$ et T_{ib}^C sont des constantes qui peuvent être estimées adéquatement par le planificateur de la mine. Toutefois les valeurs de T_j^{AJ} et T_i^{AI} dépendent des nombres de camions envoyés aux noeuds i et aux noeuds j , respectivement. Soit

T^{quart} : Temps total de disponibilité de tous les camions dans le quart de travail.

La contrainte supplémentaire sur la capacité de la flotte peut alors s'écrire de la façon suivante :

$$\boxed{\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} (T_{ijb}^P + T_{jb}^D + T_j^{AJ}) \cdot X_{ijb} + (T_{jib}^V + T_{ib}^C + T_i^{AI}) \cdot Y_{jib} \leq T^{quart} \quad \forall b \in B} \quad (3.21)$$

Puisque T_i^{AI} dépend des variables Y_{jib} et T_j^{AJ} dépend des variables X_{ijb} , cette contrainte est non linéaire. Dans ce qui suit, nous proposons une linéarisation de cette contrainte.

3.3.1 Modèle d'attente

Pour définir notre modélisation du temps d'attente des camions aux pelles et aux concasseurs, nous allons utiliser quelques éléments du modèle d'attente développé par McInnis (1985).

Dans la méthode de McInnis, on utilise un modèle de file d'attente de type Erlang. Le modèle de file d'attente suggéré pour représenter les files d'attente aux pelles est de type E/E/1, ce qui signifie qu'on a un système à un serveur où le temps d'inter-arrivée des camions suit une distribution Erlang et le temps de service suit lui aussi une loi Erlang.

La modélisation d'un système de file d'attente débute par l'identification des temps d'inter-arrivée ainsi que des temps de service. Dans notre cas, la variabilité des temps d'inter-arrivée est en grande partie liée à celle des temps de parcours des camions sur les chemins constituant le réseau de transport de la mine. Une analyse des temps de parcours

ainsi que des temps de chargement dans le mémoire de McInnis a permis d'accepter l'hypothèse que les temps d'inter-arrivée et les temps de chargement suivent des distributions Erlang.

D'abord, l'hypothèse de normalité de ces distributions a été rejetée puisque de toute évidence celles-ci étaient non symétriques. Les échantillons observés démontraient la présence de distributions non symétriques avec une tendance asymptotique vers l'infini positif. L'hypothèse de distribution exponentielle a aussi été rejetée car les écarts-types observés étaient bien inférieurs aux moyennes contrairement à une distribution exponentielle où l'écart-type est égal à la moyenne. L'hypothèse de distribution Erlang fut acceptée considérant le fait que les distributions choisies devaient avoir une forme semblable à une exponentielle. Dans ce cas, nous avons besoin de deux paramètres pour décrire la moyenne et la variance. D'autre part, on sait qu'une variable aléatoire suivant une distribution Erlang est en fait une somme de plusieurs variables de type exponentiel, une telle variable aléatoire décrit donc un phénomène composé de différentes étapes avec distribution exponentielle de temps. Cette affirmation théorique peut avoir son interprétation dans notre cas puisque dans une mine les camions doivent emprunter différents chemins représentant les différentes étapes avant d'arriver à une pelle. D'autre part, une pelle remplit un camion avec un certain nombre de pelletés correspondant ainsi aux différentes étapes du processus.

Les méthodes exactes pour résoudre ce type de problème de file d'attente requièrent beaucoup de calculs. Pour réduire les temps de résolution, nous allons plutôt utiliser des formules d'approximation pour le calcul du temps d'attente moyen. L'utilisation de telles formules permet d'économiser beaucoup de temps de calcul. Nous présentons d'abord une approximation du temps d'attente des camions à une pelle. Comme l'approximation du temps d'attente des camions à un concasseur découle exactement des mêmes principes, nous donnerons seulement la formulation associée à la fin sans toutefois présenter les développements y menant. À la base, les formules d'approximation sont des fonctions à

quatre variables, soit

X_A : Temps moyen d'inter-arrivée des camions ;

S_A : Écart-type du temps d'inter-arrivée ;

X_B : Temps moyen de chargement des camions ;

S_B : Écart-type du temps de chargement.

McInnis a présenté une première approximation du temps d'attente qui est en fait une borne supérieure sur le temps d'attente moyen exact. Cette approximation est une fonction de X_A seulement puisque X_A dépend du nombre de camions qui arrivent à la pelle. Le temps moyen de chargement des camions X_B est connu et ne dépend pas du nombre de camions. De plus, comme nous le verrons, les valeurs des écarts-types S_A et S_B peuvent se calculer en fonction de X_A et X_B , respectivement. Pour que cette approximation soit valide, on doit faire l'hypothèse que $X_A > X_B$ puisque dans le cas contraire, on obtient des temps d'attente infinis. Cette première approximation est :

$$f_1(X_A) = \frac{S_A^2 + S_B^2}{2 \cdot (X_A - X_B)} \quad (3.22)$$

L'inconvénient majeur d'une telle approximation est qu'elle produit toujours des temps d'attente surestimés. Par conséquent, les plans d'extraction calculés avec cette approximation pourraient donner des résultats qui sont loin de la réalité. McInnis a proposé une seconde approximation.

$$f_2(X_A) = f_1(X_A) \cdot \frac{X_B^2 + S_B^2}{X_A^2 + S_A^2} \quad (3.23)$$

Avec cette deuxième approximation, le temps d'attente moyen peut être légèrement plus petit ou plus grand que le temps d'attente moyen exact. Toutefois, il devrait être beaucoup plus près de la fonction d'attente exacte.

Pour utiliser cette deuxième approximation, on doit faire les hypothèses suivantes :

$$\boxed{\frac{S_A}{X_A} < 1, \frac{S_B}{X_B} < 1} \quad (3.24)$$

Les valeurs des écart-types, S_A et S_B , sont calculées en effectuant le produit d'un coefficient de variation, appelé θ , et des temps moyens, X_A et X_B , respectivement.

$$\boxed{S_A = \theta \cdot X_A, \quad S_B = \theta \cdot X_B} \quad (3.25)$$

Afin de satisfaire les hypothèses de validité, on doit avoir $\theta < 1$. Remplaçons maintenant S_A et S_B dans (3.22) et (3.23) par les deux formules (3.25).

$$\boxed{f_1(X_A) = \frac{\theta^2 \cdot X_A^2 + \theta^2 \cdot X_B^2}{2 \cdot (X_A - X_B)}} \quad (3.26)$$

$$\boxed{f_2(X_A) = f_1(X_A) \cdot \frac{X_B^2 \cdot (1 + \theta^2)}{X_A^2 + \theta^2 \cdot X_B^2}} \quad (3.27)$$

On peut démontrer que la seconde approximation est une fonction convexe, strictement décroissante et positive sur son domaine de définition $\{X_A \in \mathbb{R} \mid X_A > X_B\}$.

3.3.2 Développement d'une fonction d'attente pour le modèle de base

Le modèle de base est un programme linéaire permettant d'obtenir un plan de production pour un quart de travail dans une mine à ciel ouvert. Nous désirons intégrer une contrainte sur la capacité de la flotte à ce modèle tout en maintenant les propriétés de linéarité. La modélisation du temps d'attente total devra être une fonction linéaire. Cette modélisation sera intégrée dans le calcul de l'estimation du temps d'utilisation des ca-

mions. Avec l'ajout d'un temps d'attente dans le temps d'utilisation des camions, celui-ci sera beaucoup plus près de la réalité ce qui permettra d'obtenir de meilleures solutions.

Une façon de conserver un modèle linéaire est de remplacer le temps d'attente total pour l'ensemble du quart à chacune des sources et à chacun des puits par une seule variable.

$$\boxed{TQ_i^{AI} \approx \sum_{j \in J} T_i^{AI} \cdot Y_{jib}, \quad TQ_j^{AJ} \approx \sum_{i \in I} T_j^{AJ} \cdot X_{ijb}} \quad (3.28)$$

Nous pouvons maintenant utiliser ces estimations dans la contrainte (3.21). De cette façon, nous obtenons une contrainte linéaire sur la capacité de la flotte.

$$\boxed{\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} ((T_{ijb}^P + T_{jib}^D) \cdot X_{ijb} + (T_{ijb}^V + T_{ib}^C) \cdot Y_{jib}) + \sum_{i \in I} TQ_i^{AI} + \sum_{j \in J} TQ_j^{AJ} \leq T^{quart} \quad \forall b \in B} \quad (3.29)$$

Nous devons maintenant définir TQ_i^{AI} et TQ_j^{AJ} différemment des expressions données en (3.28).

Temps d'inter-arrivée moyen aux pelles

Il est possible d'estimer le temps d'inter-arrivée aux pelles des camions de façon à ce que celui-ci dépende uniquement du nombre de camions affectés à une pelle. Soit

T_i^{quart} : Durée de la période de travail de la pelle i .

Les variables X_A^i représentent le temps d'inter-arrivée moyen des camions à la pelle i .

$$\boxed{X_A^i = \frac{T_i^{quart}}{\sum_{j \in J} \sum_{b \in B} Y_{jib}} \quad \forall i \in I} \quad (3.30)$$

Temps moyen de chargement

Comme la flotte de camions est hétérogène, la notion de temps moyen de chargement dépend de chacun des types de camions. Pour généraliser cette notion, nous pouvons utiliser une approximation sous forme d'une moyenne pondérée des temps de chargement moyen de chacun des types de camions pour déterminer le temps moyen de chargement à une pelle i . Soit

N_b : Nombre de camions de type b .

T_{ib} : Temps de chargement moyen d'un camion de type b à la pelle i .

Le nombre de camions de type b pouvant se rendre à la pelle i , N_{ib} , peut s'écrire comme $N_{ib} = N_b \cdot \varphi_{ib}^I$.

Cela permet de définir de nouvelles variables X_B^i qui représentent le temps de chargement moyen à une pelle i lorsque la flotte de camions de la mine est hétérogène et que l'on suppose que les camions se rendent de façon uniforme à chacune des pelles.

$$\boxed{X_B^i = \frac{\sum_{b \in B} T_{ib} \cdot N_{ib}}{\sum_{b \in B} N_{ib}} \quad \forall i \in I} \quad (3.31)$$

Il faut noter que X_B^i est une constante calculée au début du quart de travail.

3.4 Approximation du temps d'attente total

Dans la section 3.1, nous avons présenté une approximation du temps d'attente moyen basée sur la théorie des files d'attente. Cette approximation est malheureusement une fonction non linéaire. L'allure de cette approximation du temps d'attente moyen est tracée sur la figure 3.1.

Nous devons maintenant effectuer quelque changement dans l'utilisation des approxi-

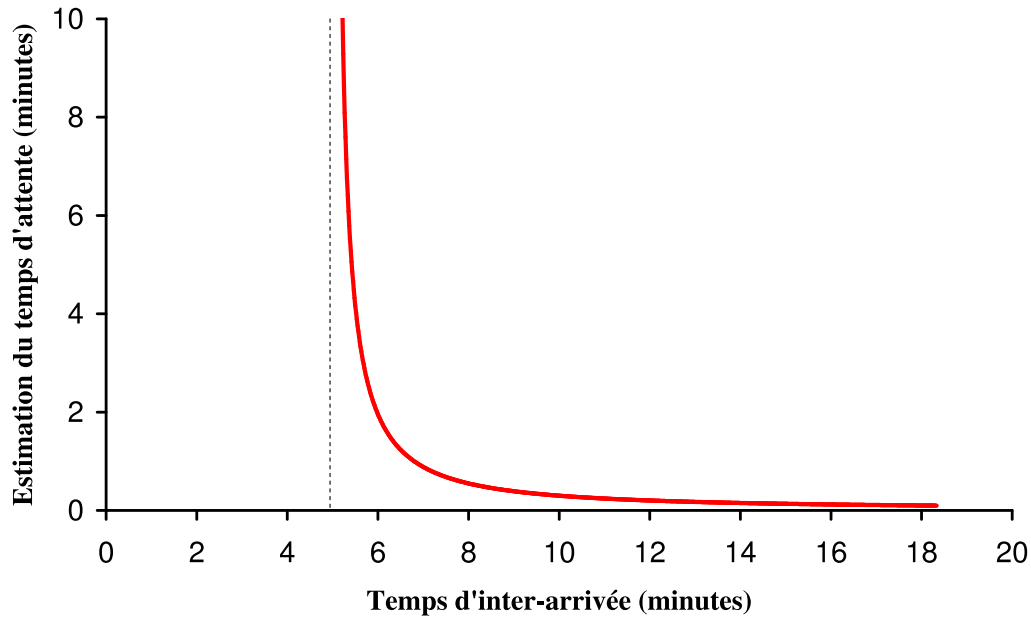


Figure 3.1 – La seconde approximation en fonction de X_A

mations présentées par McInnis. Le modèle que nous développons est en fonction du nombre de camions et non du temps d'inter-arrivée des camions. Pour développer un modèle linéaire approximant l'attente à la pelle i , nous convertissons l'attente aux points de service en fonction du nombre de camions qui y sont affectés. Pour ce faire, nous remplaçons l'expression de X_A , le temps d'inter-arrivée, de l'équation (3.30) dans les équations (3.26) et (3.27). On obtient alors des approximations qui sont des fonctions du nombre de camions seulement. L'allure de cette approximation sur le temps d'attente moyen pour un quart de travail de huit heures est tracée sur la figure 3.2.

Toutefois l'approximation demeure une fonction non linéaire. Nous proposons de la linéariser pour ensuite incorporer cette modélisation du temps d'attente au modèle. L'approximation linéaire pourrait être donnée par une fonction linéaire par morceaux, comme celle représentée sur la figure 3.3. Mais, il est impossible d'utiliser directement une telle fonction linéaire par morceaux dans le modèle, puisque celle-ci dépend des variables Y_{ijb} . Dans ce cas, le modèle resterait non linéaire. Nous allons plutôt linéariser l'attente totale pendant le quart de travail avec une fonction linéaire par morceaux. De cette façon, nous

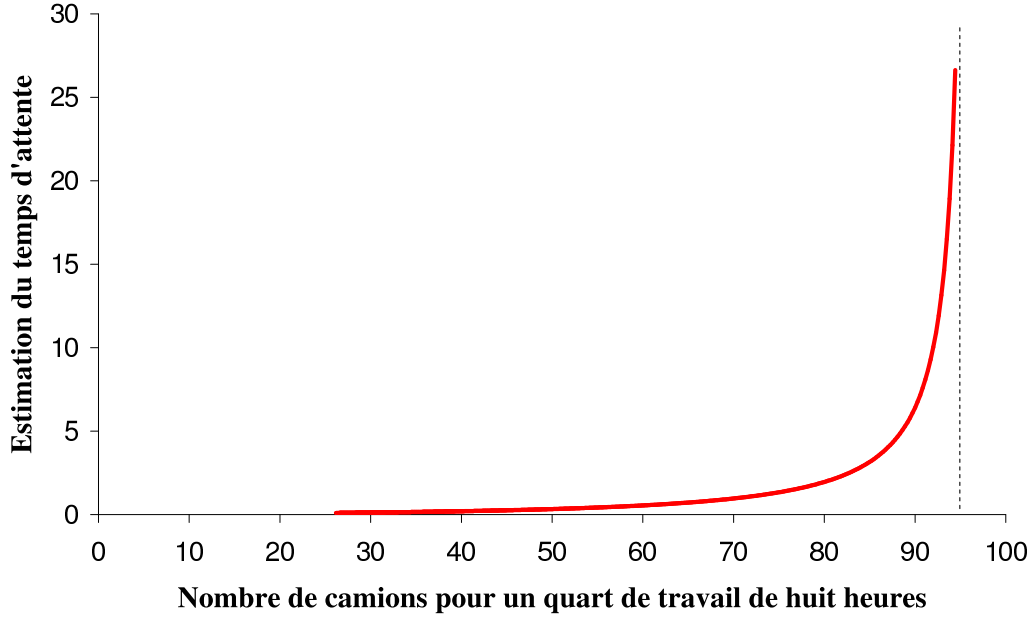


Figure 3.2 – La seconde approximation en fonction du nombre de camions

conservons un modèle linéaire.

Nous définissons d’abord l’intervalle sur le nombre de camions où nous devons faire l’approximation de l’attente. En utilisant l’équation (3.30), nous pouvons exprimer les paramètres λ_C^i et ν_C^i représentant X_B^i et $2 \cdot X_B^i$ en nombre de camions, respectivement.

$$\boxed{\nu_C^i = \frac{T_i^{quart}}{X_B^i} \quad \forall i \in I} \quad (3.32)$$

$$\boxed{\lambda_C^i = \frac{T_i^{quart}}{2 \cdot X_B^i} \quad \forall i \in I} \quad (3.33)$$

On peut faire l’hypothèse suivante : lorsque le nombre de camions assignés à une pelle i est inférieur à λ_C^i , alors le temps d’attente moyen est nul. En effet, dans ce cas, les camions arrivent à la pelle i en moyenne après que le camion précédent ait quitté. Sur l’intervalle $(0, \lambda_C^i)$ le temps d’attente moyen des camions est nul. De la même façon, on interdit que le nombre de camions dépasse ν_C^i puisque, dans le cas contraire, on contredit

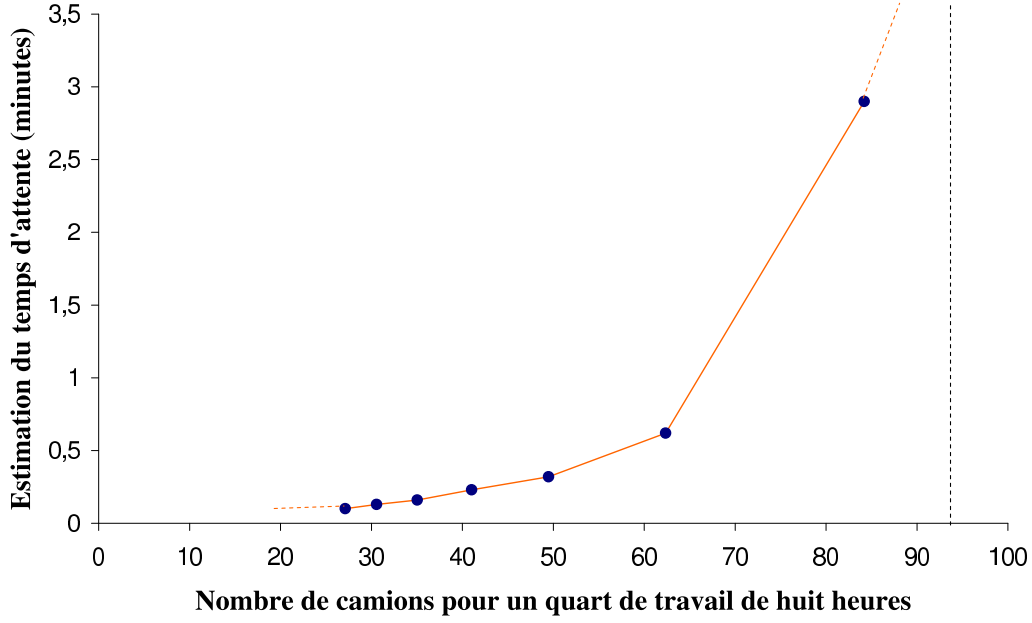


Figure 3.3 – Approximation linéaire par morceaux

l'hypothèse de validité ($X_A < X_B$). Donc, l'intervalle sur le nombre de camions où on doit faire l'approximation du temps d'attente est $[\lambda_C^i, \nu_C^i]$.

3.4.1 Temps d'attente total

Nous voulons modéliser le temps d'attente total pendant le quart de travail à la pelle i . Nous considérons d'abord la fonction $f_2(X_A)$.

$$f_2(X_A) = \frac{\theta^2}{2} \cdot \left(\frac{X_A^2 + X_B^2}{X_A - X_B} \right) \cdot \left(\frac{X_B^2 \cdot (1 + \theta^2)}{X_A^2 + \theta^2 \cdot X_B^2} \right) \quad (3.34)$$

$$\Rightarrow f_2(X_A) = \beta_1 \cdot \left(\frac{X_A^2 + X_B^2}{X_A - X_B} \right) \cdot \left(\frac{1}{X_A^2 + \theta^2 \cdot X_B^2} \right) \quad (3.35)$$

où β_1 représente le terme constant $\frac{\theta^2 \cdot X_B^2 \cdot (1 + \theta^2)}{2}$, pour des fins de simplification d'écriture.

Nous définissons maintenant de nouvelles variables représentant le nombre de camions se rendant à la pelle i .

$$TY_i = \sum_{j \in J} \sum_{b \in B} Y_{jib} \quad (3.36)$$

Dans ce cas $X_A^i = \frac{T^{quart}}{TY_i}$. Nous pouvons remplacer cette valeur de X_A dans la fonction $f_2(X_A)$. Cette nouvelle fonction $g(TY_i)$ est une fonction des variables TY_i seulement.

$$g(TY_i) = \beta_1 \cdot g_1(TY_i) \cdot g_2(TY_i) \quad (3.37)$$

où

$$g_1(TY_i) = \frac{\left(\frac{T^{quart}}{TY_i}\right)^2 + (X_B^i)^2}{\frac{T^{quart}}{TY_i} - X_B^i} \quad (3.38)$$

$$g_2(TY_i) = \frac{1}{\left(\frac{T^{quart}}{TY_i}\right)^2 + \theta^2 \cdot (X_B^i)^2} \quad (3.39)$$

Nous introduisons maintenant une nouvelle fonction $h(TY_i)$ représentant le temps d'attente total des camions pour le quart de travail à la pelle i .

$$h(TY_i) = TY_i \cdot g(TY_i) \quad (3.40)$$

La fonction $h(TY_i)$ est une fonction non linéaire. Une esquisse de la fonction $h(TY_i)$ est tracée à la figure 3.4. Nous présentons maintenant deux méthodes pour faire la linéarisation de la fonction $h(TY_i)$. Nous utilisons des approximations linéaires sur le temps d'attente total pour un quart de travail et non seulement le temps d'attente moyen pour un camion.

Linéarisation avec les dérivées

Une première méthode pour faire la linéarisation de la fonction $h(TY_i)$ est de calculer la dérivée première de celle-ci.

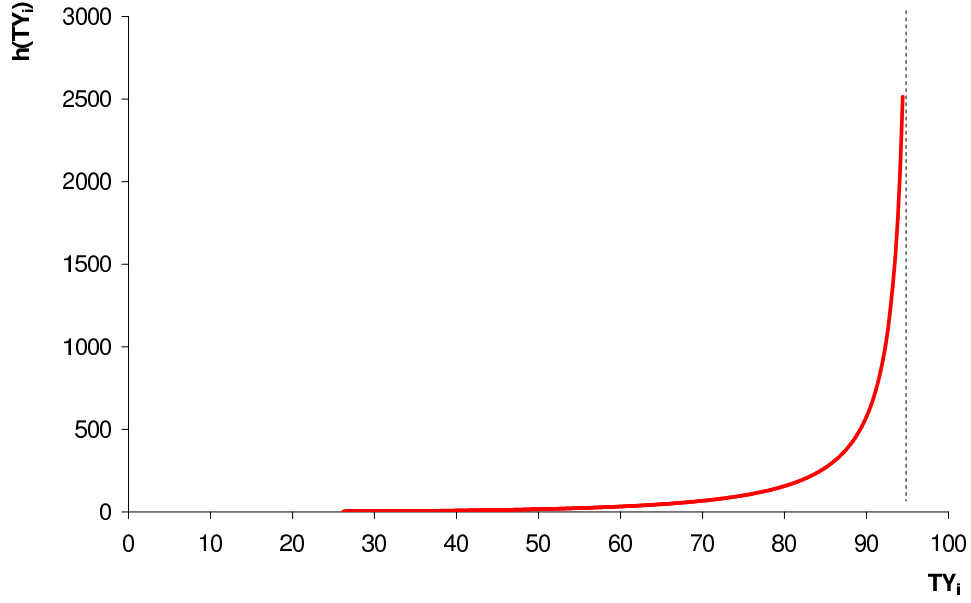


Figure 3.4 – Approximation du temps d'attente total

$$\frac{dh(TY_i)}{dTY_i} = g(TY_i) + TY_i \cdot \frac{dg(TY_i)}{dTY_i} \quad (3.41)$$

$$\frac{dg(TY_i)}{dTY_i} = \beta_1 \left[\frac{dg_1(TY_i)}{dTY_i} \cdot g_2(TY_i) + g_1(TY_i) \cdot \frac{dg_2(TY_i)}{dTY_i} \right] \quad (3.42)$$

$$\frac{dg_1(TY_i)}{dTY_i} = \frac{\left[\frac{-2(T^{quart})^2}{TY_i^3} + \left[\left(\frac{T^{quart}}{TY_i} \right)^2 + (X_B^i)^2 \right] \left[\frac{T^{quart}}{TY_i} - X_B^i \right]^{-1} \left[\frac{T^{quart}}{TY_i^2} \right] \right]}{\left[\frac{T^{quart}}{TY_i} - X_B^i \right]^{-1}} \quad (3.43)$$

$$\frac{dg_2(TY_i)}{dTY_i} = 2 \cdot \left[\left(\frac{T^{quart}}{TY_i} \right)^2 + \theta^2 \cdot (X_B^i)^2 \right]^{-2} \left[\frac{(T^{quart})^2}{TY_i^3} \right] \quad (3.44)$$

Nous pouvons maintenant écrire la pente et l'ordonnée à l'origine de la droite tangente à la fonction $h(TY_i)$ en $TY_i = TY_r$.

$$m_r = g(TY_r) + TY_r \cdot \frac{dg(TY_r)}{dTY_i} \quad (3.45)$$

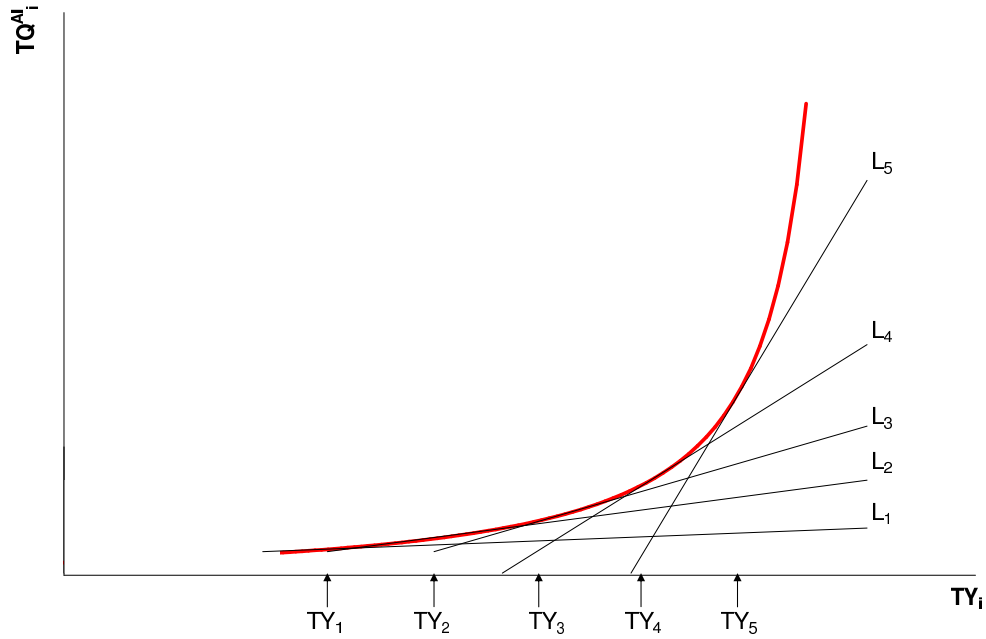


Figure 3.5 – Méthode de la tangente

$$b_r = h(TY_r) - m_r \cdot TY_r \quad (3.46)$$

L'équation de la droite tangente est alors :

$$L_r(TY_i) = m_r \cdot TY_i + b_r \quad (3.47)$$

L'agencement de plusieurs droites tangentes prises à différents points permet de linéariser la fonction $h(TY_i)$. Cette méthode de linéarisation est illustrée à la figure 3.5.

Linéarisation avec la sécante

La seconde méthode n'utilise aucune dérivée, mais plutôt une linéarisation avec des droites sécantes. Cette méthode est illustrée à la figure 3.6.

$$m_r = \frac{h(\eta_{i,r}) - h(\eta_{i,r-1})}{\eta_{i,r} - \eta_{i,r-1}} \quad (3.48)$$

$$b_r = \frac{1}{2} \cdot [h(\eta_{i,r}) + h(\eta_{i,r-1})] - \frac{m_r}{2} \cdot [\eta_{i,r} + \eta_{i,r-1}] \quad (3.49)$$

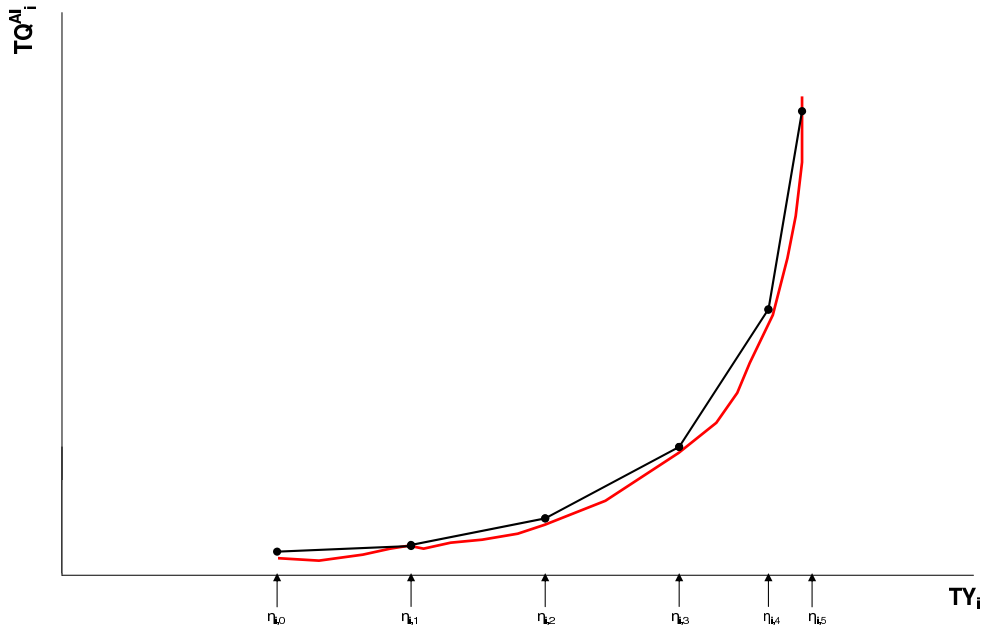


Figure 3.6 – Méthode de la sécante

L'équation de la droite sécante est :

$$L_r(TY_i) = m_r \cdot TY_i + b_r \quad (3.50)$$

Exemple

Nous allons maintenant travailler sur un exemple pour développer les contraintes à ajouter afin de représenter le temps d'attente total durant le quart de travail avec les méthodes de linéarisation présentées dans les deux sections précédentes.

Supposons que pour une certaine mine, on estime le temps de chargement moyen des camions de la flotte hétérogène à 300 secondes. Nous savons que ce temps de chargement représente 96 camions pour un quart de travail de huit heures de travail. On utilise l'équation (3.27) en remplaçant X_A par sa valeur en nombre de camions soit $\pi_i = \frac{T_i^{quart}}{\sum_{j \in J} \sum_{b \in B} Y_{jib}}$. On utilise un coefficient de variation $\theta = 0,3$. Nous pouvons alors écrire les deux approximations :

Tableau 3.1 – Estimation de la valeur du temps d’attente total

Nombre de camions	$g(TY_i)$ (secondes)	$h(TY_i)$ (secondes)
20	4,02	80,49
24	5,18	124,38
28	6,52	182,69
32	8,09	259,01
36	9,94	358,01
40	12,15	485,83
44	14,79	650,64
48	17,99	863,47
52	21,91	1139,54
56	26,79	1500,27
60	32,95	1976,81
64	40,88	2616,00
68	51,35	3491,66
72	65,65	4727,01
76	86,11	6544,00
80	117,34	9386,82
84	170,14	14292,11
88	276,93	24370,15
92	599,70	55172,81

$$f_1(\pi_i) = \frac{0,09 \cdot \pi_i^2 + 8100}{2 \cdot (\pi_i - 300)} \quad (3.51)$$

$$f_2(\pi_i) = f_1(\pi_i) \cdot \frac{98100}{\pi_i^2 + 8100} \quad (3.52)$$

Le tableau 3.1 donne les valeurs des fonctions $g(TY_i)$ et $h(TY_i)$ en différents points représentant le nombre de camions pour un quart de huit heures.

Pour cet exemple, on désire construire une fonction linéaire par morceaux à huit points approximant le temps d’attente total. On procède de la manière suivante.

On rejette l’intervalle $[96, \infty[$ puisque, dans ce cas, on contredirait l’hypothèse de vali-

Tableau 3.2 – Linéarisation avec la méthode de la sécante

Nombre de camions	r	Pente m_r^i	Ordonnée b_r^i
48	1	74	-2690
54	2	111,5	-4714,7
60	3	173,6	-8436,3
66	4	284,8	-15779,7
72	5	511,2	-32076,9
78	6	1083	-76681,5
84	7	3382,8	-269862,9
90	8	20659,2	-1824742,6

dité. On ignore l'intervalle $[0, 48[$ puisque, par hypothèse, le temps d'attente moyen dans cet intervalle est nul. On sépare maintenant l'intervalle $[48, 96[$ en huit parties égales. On doit noter que les intervalles peuvent être séparés en longueurs inégales et qu'on peut séparer l'intervalle en r parties. L'ensemble R contient les r points de séparation de l'intervalle.

Nous allons maintenant faire le calcul des équations des droites pour chacune des deux méthodes, soit la méthode de la sécante et la méthode de la tangente, respectivement au tableau 3.2 et 3.3.

Le calcul des équations des droites permettant la linéarisation est nécessaire pour incorporer la modélisation du temps d'attente total pour le quart de travail au modèle. Pour incorporer la modélisation du temps d'attente total, on doit ajouter un nouveau groupe de contraintes au modèle. Le temps d'attente total devra être supérieur à toutes les valeurs obtenues par les droites de linéarisation.

$$\boxed{TQ_i^{AI} \geq m_r^i \cdot TY_i + b_r^i \quad \forall r \in R, \forall i \in I} \quad (3.53)$$

La définition de droites de linéarisation en plusieurs points permet de faire l'approximation du temps d'attente total pendant le quart de travail. Nous avons maintenant deux méthodes pour approximer le temps d'attente total pendant le quart de travail aux sources

i .

Nous pouvons maintenant définir de la même façon le temps d'attente total durant le quart de travail pour les puits j . Si les concasseurs de la mine sont des systèmes à un seul serveur, ce qui veut dire si un seul camion peut décharger à la fois, on peut effectuer un travail similaire pour trouver la valeur de $TQ_j^{AJ} \quad \forall j \in J_c$. On doit remplacer les variables et les paramètres en fonction de i par des variables similaires en fonction de j . Le temps moyen de chargement, X_B , devient dans ce cas un temps moyen de déchargement. Le temps d'attente au concasseur j se modélise avec les contraintes suivantes :

$$\boxed{TQ_j^{AJ} \geq m_r^j \cdot TY_j + b_r^j \quad \forall r \in R, \forall j \in J} \quad (3.54)$$

Dans le cas où les concasseurs de la mine ne sont pas des systèmes à un serveur, nous supposons que l'attente des camions aux concasseurs est faible et peut être négligée, $TQ_j^{AJ} = 0, \forall j \in J_c$.

3.5 Modèle complet

Nous écrivons maintenant le modèle complet, soit le modèle avec les contraintes de base, les enrichissements et les contraintes d'attente des camions.

Tableau 3.3 – Linéarisation avec la méthode de la tangente

Nombre de camions	r	Pente m_r	Ordonnée b_r
51	1	65,3	-2268,8
57	2	98	-3955,7
63	3	151,2	-7090,8
69	4	248,3	-13369,9
75	5	446,9	-27504,6
81	6	946	-66271,3
87	7	2814,4	-223867,6
93	8	26908	-2426610,6

$$\text{Maximiser} \quad \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{b \in B} C_{ijb} \cdot X_{ijb} \quad (3.55)$$

Sous les contraintes :

$$\sum_{j \in J} X_{ijb} - \sum_{j \in J} Y_{jib} = 0 \quad \forall i \in I, \forall b \in B \quad (3.56)$$

$$\sum_{i \in I} X_{ijb} - \sum_{i \in I} Y_{jib} = 0 \quad \forall j \in J, \forall b \in B \quad (3.57)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{b \in B} CB_b \cdot X_{ijb} \leq CJ_j^U \quad \forall j \in J \quad (3.58)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{b \in B} CB_b \cdot X_{ijb} \geq CJ_j^L \quad \forall j \in J \quad (3.59)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{b \in B} CB_b \cdot X_{ijb} \leq CI_i^U \quad \forall i \in I \quad (3.60)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{b \in B} CB_b \cdot X_{ijb} \geq CI_i^L \quad \forall i \in I \quad (3.61)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{b \in B} (A_{ik} - A_{jk}^L) \cdot CB_b \cdot X_{ijb} \geq 0 \quad \forall j \in J_c, \forall k \in K \quad (3.62)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{b \in B} (-A_{ik} + A_{jk}^U) \cdot CB_b \cdot X_{ijb} \geq 0 \quad \forall j \in J_c, \forall k \in K \quad (3.63)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J_s} \sum_{b \in B} CB_b \cdot X_{ijb} - R_{min} \cdot \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_c} \sum_{b \in B} CB_b \cdot X_{ijb} \geq 0 \quad (3.64)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{b \in B} CB_b \cdot X_{ijb} \geq D \quad (3.65)$$

$$X_{ijb} \leq \Gamma_{ijb} \cdot M \quad \forall i \in I, \forall j \in J, \forall b \in B \quad (3.66)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} ((T_{ijb}^P + T_{jb}^D) \cdot X_{ijb} + (T_{ijb}^V + T_{ib}^C) \cdot Y_{jib}) + \sum_{i \in I} TQ_i^{AI} + \sum_{j \in J} TQ_j^{AJ} \leq T^{quart} \quad \forall b \in B \quad (3.67)$$

$$TQ_j^{AJ} \geq m_r^j \cdot TY_j + b_r^j \quad \forall r \in R, \forall j \in J \quad (3.68)$$

$$TQ_i^{AI} \geq m_r^i \cdot TY_i + b_r^i \quad \forall r \in R, \forall i \in I \quad (3.69)$$

$$X_{ijb} \in \mathbb{N} \quad \forall i \in I, \forall j \in J, \forall b \in B \quad (3.70)$$

$$Y_{jib} \in \mathbb{N} \quad \forall i \in I, \forall j \in J, \forall b \in B \quad (3.71)$$

$$TQ_j^{AJ} \geq 0 \quad \forall j \in J_c \quad (3.72)$$

$$TQ_i^{AI} \geq 0 \quad \forall i \in I \quad (3.73)$$

La fonction objectif (3.55) maximise la production. Les équations (3.56) et (3.57) sont les contraintes de conservation de flot. On trouve ensuite en (3.58), (3.59), (3.60), (3.61) la capacité minimale et maximale des puits et des sources, respectivement. Les contraintes

de mélange sont les inéquations (3.62) et (3.63). On trouve en (3.64) le ratio minéral et stérile et en (3.65) le respect d'une production minimum. Les inéquations (3.66) sont les contraintes d'incompatibilité des équipements. La contrainte sur la gestion de la flotte se trouve en (3.67). Les contraintes (3.68) servent au calcul du temps d'attente des camions aux concasseurs. Les inéquations (3.69) servent au calcul du temps d'attente des camions aux pelles. Finalement, les inéquations (3.70) et (3.71) sont les contraintes d'intégrité et de non-négativité du problème.

3.6 Multi-période

La notion de multi-période permet de construire un plan de production pour un quart de travail séparé en plusieurs sous-intervalles de temps. On obtient alors un plan de production pour chacun des sous-intervalles de temps. L'intégration de la notion de multi-période a comme effet de faire augmenter le nombre de variables et de contraintes du modèle.

L'avantage réside dans le fait qu'on peut modifier certains paramètres dans les sous-intervalles de temps, de façon à refléter les conditions dans la mine pendant le quart de travail. Les intervalles de temps peuvent être définis de deux façons différentes, soit en séparant le quart de travail en intervalles de temps de longueur fixe ou en définissant les intervalles lorsqu'un événement se produit affectant les paramètres principaux de la mine. Par exemple, lors d'un dynamitage entraînant la fermeture d'une partie de la mine durant un certain temps.

3.6.1 Notation

Nous définissons d'abord un indice pour représenter les sous-intervalles de temps.

$P = \{1, 2, \dots, t\}$:	Ensemble des sous-intervalles de temps du quart de travail.
X_{ijbp} :	Nombre de camions de type b transportant du matériel de la source i au puits j pendant la période de travail p .
Y_{jibp} :	Nombre de camions de type b effectuant le trajet à vide du puits j vers la source i pour extraire du matériel pendant la période de travail p .

3.6.2 Modèle multi-période

Nous allons maintenant définir le modèle avec la notion de multi-période. Pour ce faire, nous devons intégrer une notion de temps à l'ensemble des paramètres. Nous ne redéfinissons pas tous les paramètres qui doivent prendre place dans les contraintes puisque la définition de ceux-ci reste essentiellement. Il suffit simplement d'ajouter à chacun des paramètres une référence à période de travail p .

$$\text{Maximiser} \quad \sum_{p=1}^P \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{b=1}^B C_{ijbp} \cdot X_{ijbp} \quad (3.74)$$

$$\sum_{j \in J} X_{ijbp} - \sum_{j \in J} Y_{jibp} = 0 \quad \forall i \in I, \forall b \in B, \forall p \in P \quad (3.75)$$

$$\sum_{i \in I} X_{ijbp} - \sum_{i \in I} Y_{jibp} = 0 \quad \forall j \in J, \forall b \in B, \forall p \in P \quad (3.76)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{b \in B} C B_b \cdot X_{ijbp} \leq C J_{jp}^U \quad \forall j \in J_c, \forall p \in P \quad (3.77)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{b \in B} C B_b \cdot X_{ijbp} \geq C J_{jp}^L \quad \forall j \in J_c, \forall p \in P \quad (3.78)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{b \in B} C B_b \cdot X_{ijbp} \leq C I_{ip}^U \quad \forall i \in I, \forall p \in P \quad (3.79)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{b \in B} C B_b \cdot X_{ijbp} \geq C I_{ip}^L \quad \forall i \in I, \forall p \in P \quad (3.80)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{b \in B} (A_{ikp} - A_{jkp}^L) \cdot C B_b \cdot X_{ijbp} \geq 0 \quad \forall j \in J, \forall p \in P \quad (3.81)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{b \in B} (-A_{ikp} + A_{jkp}^U) \cdot C B_b \cdot X_{ijbp} \geq 0 \quad \forall j \in J, \forall p \in P \quad (3.82)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J_c} \sum_{b \in B} C B_b \cdot X_{ijbp} / \sum_{j \in J_s} \sum_{b \in B} C B_b \cdot X_{ijbp} \leq R_{min,p} \quad \forall p \in P \quad (3.83)$$

$$\sum_{p \in P} \sum_{i \in I} \sum_{b=1}^B C B_b \cdot X_{ijbp} \geq D \quad (3.84)$$

$$X_{ijbp} \in \mathbb{N} \quad \forall i \in I, \forall j \in J, \forall b \in B, \forall p \in P \quad (3.85)$$

$$Y_{jibp} \in \mathbb{N} \quad \forall i \in I, \forall j \in J, \forall b \in B, \forall p \in P \quad (3.86)$$

On trouve en (3.72) la fonction objectif qui maximise la production. Les contraintes de conservation de flot sont en (3.73) et (3.74). Les contraintes sur la capacité des puits se trouvent dans les inéquations (3.75) et (3.76). On retrouve les contraintes de capacité des sources en (3.77) et (3.78). Les inéquations (3.79) et (3.80) sont les contraintes de mélange. L'inéquation (3.81) représente le ratio minéral et stérile et en (3.82) on trouve le respect d'une production minimum. Les inéquations (3.83) et (3.84) sont les contraintes d'intégrité du problème.

Attente

Pour traiter l'attente des camions aux pelles et aux concasseurs de la mine dans un modèle multi-période, on procède exactement de la même façon que pour le modèle de base. Donc, on doit générer la contrainte de gestion de la flotte avec une référence à la période de travail p et utiliser une modélisation semblable pour estimer le temps d'attente moyen des camions aux pelles et aux concasseurs.

3.6.3 Enrichissement

La notion de multi-période introduit de nouvelles contraintes. Entre autres, il est parfois préférable d'éviter de fortes fluctuations de la production à une pelle entre les périodes si la pelle travaille durant ces deux périodes. Il s'agit plutôt d'une préférence du contre-maître afin que la production sur les équipements soit régulière.

La modélisation de ce type de contraintes nécessite des variables supplémentaires qui devront aussi prendre place dans la fonction objectif.

d_{ip} : Différence absolue entre les flots sortant de la source i aux périodes p et $p + 1$.

e_{jp} : Différence absolue entre les flots entrant au puits j aux périodes p et $p + 1$.

On doit aussi définir un paramètre qui représente la durée de chaque période p .

T_p : durée de la période p .

Si on utilise cet ensemble de contraintes, on doit ajouter quelques termes à la fonction objectif du problème. Les paramètres δ et ϵ représentent des poids qui doivent être ajustés dans la fonction objectif.

$$\boxed{\text{Maximiser} \quad \sum_{p=1}^P \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{b=1}^B C_{ijbp} \cdot X_{ijbp} - \delta \cdot \sum_{i \in I} \sum_{p=1}^{t-1} d_{ip} - \epsilon \cdot \sum_{j \in J} \sum_{p=1}^{t-1} e_{jp}} \quad (3.87)$$

Nous pouvons maintenant écrire les contraintes pour limiter la variation de flot entre deux périodes de temps consécutives.

$$\boxed{\sum_{j \in J} \sum_{b \in B} \frac{C_b}{T_p} \cdot X_{ijbp} - \sum_{j \in J} \sum_{b \in B} \frac{C_b}{T_{p+1}} \cdot X_{ijbp+1} \leq d_{ip} \quad \forall i \in I, \forall p \in P \setminus \{t\}} \quad (3.88)$$

$$\boxed{\sum_{j \in J} \sum_{b \in B} \frac{C_b}{T_{p+1}} \cdot X_{ijbp+1} - \sum_{j \in J} \sum_{b \in B} \frac{C_b}{T_p} \cdot X_{ijbp} \leq d_{ip} \quad \forall i \in I, \forall p \in P \setminus \{t\}} \quad (3.89)$$

$$\boxed{\sum_{i \in I} \sum_{b \in B} \frac{C_b}{T_p} \cdot X_{ijbp} - \sum_{i \in I} \sum_{b \in B} \frac{C_b}{T_{p+1}} \cdot X_{ijbp+1} \leq e_{jp} \quad \forall j \in J, \forall p \in P \setminus \{t\}} \quad (3.90)$$

$$\boxed{\sum_{i \in I} \sum_{b \in B} \frac{C_b}{T_{p+1}} \cdot X_{ijbp+1} - \sum_{i \in I} \sum_{b \in B} \frac{C_b}{T_p} \cdot X_{ijbp} \leq e_{jp} \quad \forall j \in J, \forall p \in P \setminus \{t\}} \quad (3.91)$$

CHAPITRE 4

EXPÉRIMENTATIONS

NUMÉRIQUES

Nous voulons tester le modèle pour l'obtention d'un plan de production pour un quart de travail sur un exemplaire. Nous testons le modèle enrichi contenant les contraintes de conservation de flot, de capacité des sources, de capacité des puits, de mélange, de gestion de la flotte, de compatibilité des équipements et de ratio minerais et stérile.

La fonction objectif du problème consiste à maximiser la production. Pour ce faire, on doit maximiser le nombre de tonnes de minerais et de stérile transporté vers les concasseurs et les halles de stérile, respectivement. Nous allons maintenant décrire un exemplaire de mine à ciel ouvert avec un ensemble de pelles, de concasseurs et un réseau de routes.

4.1 Description d'un exemplaire du problème

Une mine de charbon possède trois types de pelle (CAT994, PH4100 et PH2300) ayant des caractéristiques différentes. Pour la période de travail considérée, on retrouve huit pelles en fonction : six pelles se trouvent dans des zones minéralisées (1 à 6) et deux pelles se trouvent dans des zones stériles (7 et 8). Le tableau 4.1 indique pour chaque zone le type de pelle, les caractéristiques du minerais (kBTU, impureté, soufre), ainsi que l'offre qui indique la quantité de roche fragmentée en stock à chacune des pelles.

La mine possède une flotte constituée de 15 camions CAT797 et 20 camions CAT777C. Les camions CAT797 ont une capacité de chargement de 250 tonnes, alors que les camions

Tableau 4.1 – Caractéristiques du minerai aux pelles

Zone	Pelle	BTU (kbtu/tonne)	Impureté (%)	Sulfure (%)	Offre (tonnes)
1	CAT994	17,7	19,0	2,5	90 000
2	CAT994	12,0	41,0	1,2	110 000
3	CAT994	12,9	12,0	2,4	45 000
4	PH4100	13,0	11,0	2,5	130 000
5	PH4100	12,6	14,0	2,2	95 000
6	PH4100	10,4	18,0	0,7	105 000
7	PH2300	-	-	-	120 000
8	PH2300	-	-	-	135 000

CAT777C en ont une de 300 tonnes. Les deux types de camions sont autorisés à charger à toutes les pelles et à circuler sur l'ensemble des chemins du réseau minier.

Le charbon déversé aux concasseurs doit satisfaire trois particularités : un nombre minimum de kBTU par tonne de minerai, un taux maximum d'impuretés par tonne de minerai et un taux maximum de sulfure par tonne de minerai. Les exigences des deux concasseurs apparaissent au tableau 4.2. La rubrique "Demande" indique la quantité de minerai minimum que l'on doit transporter pendant le quart de travail vers chacun des concasseurs. Les deux concasseurs peuvent traiter un maximum de 200 000 tonnes de minerai par quart de travail de huit heures. La mine possède une seule halde de stérile qui peut accueillir une très grande quantité de stérile.

Le tableau 4.3 présente le temps de service aux lieux de chargement et de déchargement de la mine (i.e., les temps de chargement et de déchargement) pour chacun des deux types

Tableau 4.2 – Caractéristiques du minerai demandées aux concasseurs

Concasseur	BTU (kbtu/tonne)	Impureté (pourcentage)	Sulfure (pourcentage)	Demande (tonnes)
A	12,5	14,0	2,2	100 000
B	11,0	16,0	2,0	125 000

Tableau 4.3 – Temps de service (en secondes)

	CAT797	CAT777C
CAT994	110	135
PH4100	145	175
PH2300	235	280
Concasseur A	120	145
Concasseur B	105	125
Halde de stérile	90	110

de camions.

Il existe un chemin entre toutes les paires de lieux de chargement et de déchargement. Nous savons que tous les camions peuvent circuler sur l'ensemble des chemins du réseau. Deux restrictions s'appliquent : un camion contenant un chargement de minerai ne peut décharger à la halde de stérile et un camion contenant un chargement de stérile ne peut décharger à l'un ou l'autre des concasseurs. Nous présentons aux tableaux 4.4 et 4.5 les temps de déplacement sur les chemins de la mine pour chacun des deux types de camions. Le temps de déplacement dépend du type de camion et de son poids (s'il est plein ou vide).

Tableau 4.4 – Temps de déplacement pour les camions de type CAT797 (en secondes)

Pelle	Zone	Concasseur A (vide)	Concasseur A (plein)	Concasseur B (vide)	Concasseur B (plein)	Halde (vide)	Halde (plein)
CAT994	1	480	550	500	600	300	-
CAT994	2	720	820	750	900	800	-
CAT994	3	500	580	500	600	600	-
PH4100	4	850	1000	650	800	860	-
PH4100	5	400	540	290	340	650	-
PH4100	6	180	220	160	190	380	-
PH2300	7	600	-	660	-	370	550
PH2300	8	730	-	900	-	450	550

4.2 Scénarios de base

Le problème a été résolu avec le logiciel de programmation algébrique Mosel qui fait appel à l'optimiseur Xpress-MP pour résoudre des programmes linéaires et des programmes linéaires en nombres entiers. Nous avons effectué différents tests avec le modèle défini au chapitre 3 en ajoutant progressivement certains groupes de contraintes pour voir l'effet sur les niveaux de production.

Nous avons réalisé des tests sur des quarts de travail de huit et douze heures pour analyser les changements du niveau de production avec l'ajout de nouvelles contraintes au modèle. Les capacités des pelles doivent être ajustées en fonction de la durée du quart de travail. Par exemple, une pelle CAT994 peut charger un maximum de 60 000 tonnes de minerai pendant un quart de travail de huit heures et de 90 000 tonnes pendant un quart de douze heures. Pour tous les tests réalisés nous n'utiliserons pas le groupe de contraintes de ratio minerai et stérile. De plus, le coefficient de variation utilisé pour la modélisation du temps d'attente sera de 0,3. Nous définissons maintenant les premiers tests réalisés.

Tableau 4.5 – Temps de déplacement pour les camions de type CAT777C (en secondes)

Pelle	Zone	Concasseur A (vide)	Concasseur A (plein)	Concasseur B (vide)	Concasseur B (plein)	Halde (vide)	Halde (plein)
CAT994	1	500	600	560	660	360	-
CAT994	2	800	910	900	1000	830	-
CAT994	3	530	660	530	670	660	-
PH4100	4	900	1050	750	820	900	-
PH4100	5	450	600	300	350	700	-
PH4100	6	200	240	170	200	400	-
PH2300	7	660	-	700	-	400	550
PH2300	8	800	-	980	-	500	600

1. Nous avons tout d’abord testé le modèle de base enrichi des contraintes de mélange.
Les capacités maximales des équipements (pelles et concasseurs) sont ajustées pour représenter les capacités maximales pour un quart de travail de huit ou douze heures.
2. Par la suite, nous avons intégré la contrainte simplifiée de capacité de la flotte en supposant que le temps d’attente aux pelles et aux concasseurs est nul. La contrainte simplifiée de capacité de la flotte tient compte uniquement des temps de service et des temps de déplacement sur les arcs du réseau.
3. Nous avons ajouté un temps d’attente constant de vingt secondes aux pelles pour chaque camion.
4. Nous avons utilisé la méthode de la sécante en six points ($r = 6$) pour modéliser le temps d’attente total des camions aux pelles de la mine.
5. La méthode de la sécante a été remplacée par la méthode de la tangente en six points ($r = 6$) pour faire la modélisation du temps d’attente total.

4.2.1 Taille des modèles

Le modèle comprenant la gestion de la flotte et l'estimation du temps d'attente total, avec $r = 6$, contient 96 variables. Il y a 48 variables de type X_{ijb} et le même nombre de variables Y_{ijb} puisque l'exemplaire contient huit sources, trois puits et deux types de camions ($8 \times 3 \times 2 = 48$).

Le modèle contient onze contraintes de conservation de flot, soit une à chacune des sources et des puits. On dénombre six contraintes pour la capacité des puits et seize pour la capacité des sources. Le modèle possède six contraintes de mélange, soit deux pour chacune des caractéristiques du minerai. Deux contraintes sont nécessaires pour la demande minimum des concasseurs et deux autres contraintes pour la gestion de la flotte. La modélisation du temps d'attente total avec $r = 6$ nécessite 48 contraintes, soit six contraintes pour chacune des pelles. Finalement, dix contraintes sont essentielles pour les incompatibilités des équipements. Nous avons au total 101 contraintes dans le modèle.

Le temps de résolution de ce genre de modèle en nombres entiers est très rapide et se calcule en quelques secondes.

4.2.2 Analyse des résultats

Les résultats de la résolution des différents tests avec le modèle enrichi pour les quarts de travail de huit et douze heures apparaissent aux tableaux 4.6 et 4.7, respectivement.

Nous analysons maintenant les résultats de chacun des tests. Nous pouvons tout d'abord faire un commentaire général s'appliquant à tous les tests : la faible productivité de la pelle 2 est causée par le taux d'impureté élevé du minerai associée à celle-ci. Dans le premier test avec le modèle de base enrichi des contraintes de mélange (colonne 2 des tableaux 4.6 et 4.7, on constate que les pelles atteignent leur productivité maximale qui est limitée par leur capacité ou la quantité de matériel présente pour ce quart.

Tableau 4.6 – Productivité (tonnes) des équipements de la mine pour un quart de travail de huit heures

	Modèle de base	Gestion flotte	Attente constante	Attente sécante	Attente tangente
Production totale	333 000	246 000	234 000	230 000	231 000
Concasseur 1	100 000	100 000	100 000	100 000	100 000
Concasseur 2	173 000	125 000	125 000	125 000	125 000
Halde	60 000	21 000	9 000	5 000	6 000
CAT994 1	60 000	41250	41 250	51 500	51 250
CAT994 2	3 000	0	0	0	0
CAT994 3	45 000	45 000	45 000	45 000	45 000
PH4100 4	55 000	28 750	28 750	35 000	34 750
PH4100 5	55 000	55 000	55 000	46 750	47 000
PH4100 6	55 000	55 000	55 000	46 750	47 000
PH2300 7	30 000	21 000	9 000	5 000	6 000
PH2300 8	30 000	0	0	0	0

Tableau 4.7 – Productivité (tonnes) des équipements de la mine pour un quart de travail de douze heures

	Modèle de base	Gestion flotte	Attente constante	Attente sécante	Attente tangente
Production totale	464 000	380 000	365 500	343 000	344 500
Concasseur 1	174 000	100 000	100 000	100 000	100 000
Concasseur 2	200 000	190 000	175 500	173 000	175 000
Halde	90 000	90 000	90 000	70 000	69 500
CAT994 1	81 500	47 500	38 500	56 500	57 250
CAT994 2	0	0	0	0	0
CAT994 3	45 000	45 000	45 000	45 000	45 000
PH4100 4	82 500	32 500	27 000	38 000	38 250
PH4100 5	82 500	82 500	82 500	66 750	67 250
PH4100 6	82 500	82 500	82 500	66 750	67 250
PH2300 7	45 000	45 000	45 000	37 000	37 000
PH2300 8	45 000	45 000	45 000	33 000	32 500

Dans le second test, on ajoute la contrainte de capacité de la flotte ce qui produit une diminution importante de la production totale pendant le quart de travail (colonne 3 des tableaux 4.6 et 4.7). Cette diminution de production est due au fait qu'on limite le temps de camion disponible en comptabilisant les temps de déplacement, les temps de service et on suppose que le temps d'attente est nul. Dans le cas du quart de travail de huit heures, on constate une diminution de la productivité de l'ordre de 26% par rapport à la productivité atteinte lors du premier test. Pour le quart de travail de douze heures, la diminution de productivité est de l'ordre de 18%.

Dans le troisième test, on ajoute un temps d'attente constant ce qui entraîne encore une fois une diminution de la production de l'ordre de 2,5% et de 3,8% par rapport au test 2 pour les quarts de travail de huit et douze heures, respectivement.

Par la suite, on utilise la méthode de la sécante avec six segments pour modéliser le temps d'attente total pendant le quart de travail. La diminution de productivité, par rapport au test 2, en ajoutant cette modélisation du temps d'attente est de 6,3% pour le quart de huit heures et de 9,8% pour le quart de douze heures. Finalement, on utilise la méthode de la tangente pour modéliser le temps d'attente total pendant le quart de travail ; on remarque une diminution de productivité de 5,9% et de 9,3%, par rapport au test 2, pour les quarts de huit et douze heures, respectivement.

On constate que la diminution de productivité est plus élevée pour le quart de douze heures comparativement au quart de travail de huit heures. On remarque que lors de l'ajout de la modélisation du temps d'attente, la production de stérile pour le quart de huit heures est pratiquement nulle. Ceci est dû au fait que les demandes minimales aux concasseurs sont trop élevées ce qui ne permet pas la production de stérile puisque la flotte doit fournir une grande quantité de minerai. Le tableau 4.8 indique le temps d'attente à

Tableau 4.8 – Temps d’attente aux pelles

	Sécante quart 8 heures	Sécante quart 12 heures	Tangente quart 8 heures	Tangente quart 12 heures
Pelle 1	5755	2300	5460	2423
Pelle 2	0	0	0	0
Pelle 3	5958	1491	5750	1402
Pelle 4	4629	1985	4332	1965
Pelle 5	14 468	14 025	13 676	13 299
Pelle 6	14 468	14 025	13 676	13 299
Pelle 7	0	3926	0	3486
Pelle 8	0	3926	0	3486
Total	45 278	44 881	42 914	42 304

chacune des pelles pour les quarts de huit et douze heures. On remarque que le temps d’attente total est similaire pour les deux quarts de travail, mais que, dans le cas du quart de travail de douze heures, l’attente totale aux pelles de stérile est non nulle. L’attente aux pelles est élevée pour le quart de travail de huit heures puisque les demandes de production minimale de minerai sont grandes ce qui a pour conséquence d’augmenter l’attente aux pelles de minerai. Dans le cas du quart de travail de huit heures, l’attente totale aux pelles de stérile est nulle. L’attente totale à chacune des pelles de stérile est d’environ 5 minutes par heure pour le quart de douze heures ce qui explique la diminution marquée de production.

4.2.3 Relaxation des contraintes d’intégrité

Les tests précédents ont été résolus avec les contraintes d’intégrité sur les variables X_{ijb} et Y_{jib} . Si on résout ces tests avec une relaxation des contraintes d’intégrité, on obtient des résultats très similaires. Les résultats du premier test avec la relaxation des contraintes d’intégrités sont seulement de 0,12% plus élevé que les résultats avec les contraintes d’intégrité. Pour l’ensemble des tests, le gap d’intégrité reste très faible soit dans le dixième

de pourcent. Les temps de résolution pour le problème relaxé sont très faibles soit dans les centièmes de seconde. Bien que les temps de calcul pour la résolution du problème en nombres entiers soient faibles l'utilisation du modèle relaxé peut être judicieux. Nous savons que le plan de production est utilisé comme un guide, soit comme un outil permettant de guider l'allocation des camions en temps réel.

4.3 Augmentation de r sur le temps d'attente totale

Nous avons testé l'effet de l'augmentation de r , le nombre de segments, sur la méthode de la sécante et la méthode de la tangente. Nous voulons ainsi regarder l'impact sur le temps de calcul pour la résolution du problème. Les résultats pour ces deux méthodes se trouvent aux tableaux 4.9 et 4.10, respectivement.

On constate qu'une augmentation de r permet une moins grande variabilité du temps d'attente total entre les méthodes de modélisation de la sécante et de la tangente. Avec un r petit, soit 2 ou 4, on obtient une grande variabilité dans les résultats. Plus r augmente, plus les résultats semblent précis et les deux méthodes donnent des performances semblables. De plus, en augmentant r , la production totale diminue dans le cas de la méthode de la tangente et augmente dans le cas de la sécante. Ceci est dû au fait que la méthode de la tangente sous-estime le temps d'attente total, tandis que la méthode de la sécante le sur-estime. Pour le reste du chapitre les tests seront effectués seulement avec méthode de modélisation du temps d'attente de la tangente.

Nous constatons que les temps de calcul restent très faibles avec l'augmentation de r . Le temps de calcul demeure en dessous du trois secondes. Comme l'estimation du temps d'attente est meilleur et plus stable avec une valeur de r élevée et que les temps de calcul restent faibles, alors il est bénéfique pour la fiabilité des résultats d'utiliser une valeur de r supérieure ou égale à 8. Cela nous permettra d'obtenir des plans de production plus fiables

Tableau 4.9 – Effet de la valeur de r pour la méthode de la tangente

r	2	4	8	12	16
Production totale	348 000	344 500	343 500	343 500	343 500
Attente totale	29 698	55 436	44 964	41 903	43 616
Temps de calcul (sec)	2,34	2,49	2,42	2,74	2,81

Tableau 4.10 – Effet de la valeur de r pour la méthode de la sécante

r	2	4	8	12	16
Production totale	339 568	341 625	342 976	343 253	343 194
Attente totale	37 501	57 203	45 786	43 004	45 631
Temps de calcul (sec)	2,17	2,46	2,48	2,68	2,95

et avec beaucoup moins de variabilité.

4.4 Analyse détaillée sur l'augmentation de la flotte

Nous testons maintenant l'effet d'une augmentation du nombre de camions de la flotte sur la production totale et le temps d'attente. Les tests sont effectués sur un quart de travail de douze heures. Nous savons que la flotte originale est composée de quinze camions CAT797 et vingt camions CAT777C. Nous avons augmenté progressivement le nombre de camions dans la flotte et regardé l'effet sur le temps d'attente total selon la méthode de

Tableau 4.11 – Productivité de la flotte et méthode de la tangente

CAT797 CAT777C	15 20		20 20	20 25	25 25	30 25	30 30
Augmentation (tonnage)			12,8%	28,2%	41%	53,8%	69,2%
Production totale	344 500		376 750	404 000	421 000	429 500	438 500
Augmentation (tonnage)			9,4%	17,3%	22,2%	24,6%	27,2%
Attente totale	44 964		67 577	94 061	165 179	246 895	326 625
Augmentation (seconde)			50,3%	109,2%	267,4%	449,1%	626,4%

la tangente. Les résultats se trouvent au tableau 4.11.

Lorsque le nombre de camions augmente, nous remarquons que la productivité totale augmente et le temps d'attente augmente. L'ajout de camions fait augmenter la productivité à un rythme de plus en plus faible, tandis que l'augmentation du temps d'attente se fait à un rythme croissant. Par exemple, l'ajout des dix premiers camions, qui représente un ajout de 28,2% de la capacité de transport de la flotte, a produit une augmentation de production d'environ 17% et une augmentation du temps d'attente total de 109%. L'ajout des dix camions suivants, un ajout de 53,8% à la capacité de transport de la flotte, produit seulement une augmentation de production de 25,1%, mais l'accroissement du temps d'attente est de l'ordre de 449,1%. On constate que l'ajout de capacité de transport à la flotte produit une augmentation de productivité de plus en plus faible.

De façon générale, l'ajout de 25 camions, soit 69,2% de plus de capacité de transport à la flotte, a permis de faire augmenter la production totale de 27,2% et le temps d'attente totale de 626%. Donc, au départ chaque camion attendait en moyenne un total de 21,4

minutes pendant le quart de travail de douze heures, tandis qu'après l'ajout de 25 camions, l'attente totale moyenne de chaque camion est de 90,7 minutes. Nous remarquons que l'ajout d'un grand nombre de camions ne permet pas d'avoir une augmentation de production totale satisfaisante puisque les camions perdent beaucoup de temps en attente.

4.5 Analyse du temps travaillé des pelles

Nous savons que l'un des avantages d'un modèle non linéaire par rapport au modèle linéaire est que la répartition du travail sur les pelles est mieux équilibrée. On n'a pas quelques pelles qui travaillent au maximum de leur capacité et d'autres qui ne font presque rien comme c'est souvent le cas pour les modèles linéaires.

Nous allons maintenant regarder le pourcentage du temps travaillé de chacune des pelles pour le modèle de base, le modèle avec un temps d'attente constant et le modèle avec modélisation du temps d'attente avec la méthode de la tangente pour les quarts de huit et douze heures. Les résultats sur les pourcentages de temps travaillés se trouvent aux tableaux 4.13 et 4.14, respectivement.

On remarque aux tableaux 4.12 et 4.13 que l'ajout de la méthode de la tangente pour

Tableau 4.12 – Pourcentage de temps travaillé des pelles pour un quart de huit heures

	Modèle de base	Modèle attente constante	Modèle attente tangente
Pelle 1	100%	68,7%	85,4%
Pelle 2	5%	0%	0%
Pelle 3	100%	100%	100%
Pelle 4	100%	52,3%	63,2%
Pelle 5	100%	100%	85,7%
Pelle 6	100%	100%	85,7%
Pelle 7	100%	30%	20%
Pelle 8	100%	0%	0%

Tableau 4.13 – Pourcentage de temps travaillé des pelles pour un quart de douze heures

	Modèle de base	Modèle attente constante	Modèle attente tangente
Pelle 1	90,6%	42,8%	63,6%
Pelle 2	0%	0%	0%
Pelle 3	100%	100%	100%
Pelle 4	100%	32,7%	46,4%
Pelle 5	100%	100%	81,5%
Pelle 6	100%	100%	81,5%
Pelle 7	100%	100%	82,2%
Pelle 8	100%	100%	72,2%

la modélisation du temps d'attente des camions fait en sorte que les pelles ne travaillent pas à leur capacité maximum. Dans le modèle de base, les pelles travaillent à leur capacité maximum. Lorsqu'on ajoute les contraintes de capacité de la flotte avec le temps d'attente, on remarque que le travail est beaucoup mieux réparti aux pelles. Donc, on obtient l'avantage des modèles non linéaires avec un modèle linéaire qui tient compte de l'attente aux pelles.

CHAPITRE 5

RÉTROACTION

Dans ce chapitre, nous présentons une analyse rétroactive des causes pouvant rendre un exemplaire du problème de planification de la production non réalisable. Compte tenu du grand nombre de contraintes paramétrées dans le modèle, il pourrait y avoir des cas où il est impossible d'obtenir une solution au problème. Dans ces cas où le problème est irréalisable, il peut être difficile de trouver la source de la non réalisabilité facilement.

Nous proposons des outils permettant de trouver les groupes de contraintes causant les problèmes de réalisabilité. En décelant ces groupes de contraintes, l'utilisateur du modèle pourra ensuite ajuster les paramètres de ceux-ci pour obtenir une solution réalisable.

Nous présentons d'abord un ensemble de tests préliminaires permettant de détecter des causes de non réalisabilité avant d'entamer toute procédure de résolution. Par la suite, si le problème n'est toujours pas réalisable, nous proposons une méthode générale permettant de trouver les ensembles de contraintes qui entraînent la non réalisabilité.

5.1 Tests préliminaires

Cette section décrit des tests de réalisabilité basés sur la valeur de certains paramètres du modèle. Ces tests se feront avant la résolution du problème.

5.1.1 Production minimale et capacité des sources

Dans le modèle, il existe deux groupes de contraintes, soit la capacité des sources et le respect d'une production minimale, qui peuvent rendre le problème non réalisable par leur interaction. D'abord, les contraintes de capacité des sources limitent la capacité de production maximale de chacune des pelles situées dans des zones de minerai pour un quart de travail. En second, les contraintes de respect d'une production minimale de minerai indiquent une quantité minimale de minerai à produire pendant un quart de travail. Si la demande de production minimale (i.e., D) excède la capacité maximale de production de l'ensemble des pelles de minerai, le problème de planification de la production sera non réalisable. Soit

I_M : Ensemble des pelles de minerai de la mine.

Pour que le problème soit réalisable, on doit obligatoirement satisfaire l'inégalité suivante :

$$\boxed{D \leq \sum_{i \in I_M} C I_i^U} \quad (5.1)$$

5.1.2 Production minimale et capacité des puits

Nous pouvons avoir des problèmes de réalisabilité provenant d'interaction entre les contraintes de capacité des puits et celle sur le respect d'une production minimale. Le groupe de contraintes de capacité des puits définit la quantité maximale de minerai que chacun des concasseurs peut traiter pendant un quart de travail. Si la quantité de minerai envoyée vers les concasseurs excède une certaine valeur, ceux-ci seront dans l'impossibilité de traiter le minerai. La quantité minimale de production doit donc satisfaire l'inégalité suivante :

$$\boxed{D \leq \sum_{j \in J_c} C J_j^U} \quad (5.2)$$

5.1.3 Ratio minéral et stérile et capacité des sources

Les groupes de contraintes de capacité des sources et celle portant sur le ratio minéral et stérile peuvent rendre le problème de planification de la production non réalisable sous certaines conditions. Les contraintes sur la capacité des sources bornent inférieurement et supérieurement la production de ces dernières. Le ratio minéral et stérile assure une production de stérile par rapport à la quantité produite de minéral. Le ratio R_{min} définit la quantité minimale de stérile à produire pour une quantité produite de minéral. Si ce ratio excède une certaine valeur, on pourrait exiger une production de stérile qui dépasse les capacités de production maximale des pelles. Soit

I_S : Ensemble des pelles de stérile de la mine.

$$I = I_M \cup I_S$$

La quantité minimale de minéral qu'il est possible de produire est $\sum_{i \in I_M} C I_i^L$ et la quantité maximale de stérile est $\sum_{i \in I_S} C I_i^U$. Donc, si le ratio minéral et stérile, R_{min} , ne satisfait pas l'inégalité suivante le problème sera irréalisable.

$$\boxed{R_{min} < \frac{\sum_{i \in I_S} C I_i^U}{\sum_{i \in I_M} C I_i^L}} \quad (5.3)$$

5.1.4 Mélange

Les contraintes de mélange peuvent rendre le problème de planification de la production non réalisable sous certaines conditions. Nous savons que les contraintes de mélange définissent un intervalle, au concasseur j , sur les caractéristiques du minéral en provenance de l'ensemble des pelles i . Donc, le problème ne sera pas réalisable dans le cas suivant :

s'il existe $j \in J_c$ et $k \in K$ tel que $\max_i \{A_{ik}\} < A_{jk}^L$ ou $\min_i \{A_{ik}\} > A_{jk}^U$.

5.2 Méthode d'identification générale

Nous définissons maintenant une méthode générale permettant d'identifier les groupes de contraintes entraînant la non réalisabilité d'un exemplaire du problème. Cette méthode est basée sur les travaux de Chinneck et Dravnieks parus en 1990. La méthode s'applique aux programmes linéaires. Dans notre cas, il s'agit du modèle dans lequel les contraintes d'intégrité sur les variables X_{ijb} et Y_{jib} sont relaxées. Dans cette section, nous travaillons sur le cas où la relaxation linéaire de l'exemplaire du problème est non réalisable. L'algorithme devrait permettre l'identification des groupes de contraintes rendant le problème non réalisable.

5.2.1 Définition de l'algorithme

Un problème peut parfois être irréalisable, mais il est souvent difficile de déterminer les causes de l'irréalisabilité et, par la suite, d'utiliser une méthode appropriée pour corriger le problème. Une approche possible est d'utiliser le résultat de la phase 1 de l'algorithme du simplexe, i.e. d'analyser la solution obtenue, plus particulièrement les variables artificielles non nulles. Mais il est difficile de déterminer quelles contraintes causent les problèmes seulement en analysant les variables artificielles non nulles dans la solution de la phase 1. En effet, l'analyse dépend de la solution de base trouvée à la fin de la phase 1 et celle-ci peut ne pas être unique. Dans un tel cas, des conclusions différentes seraient obtenues pour chacune des analyses effectuées avec les solutions trouvées. Donc, les contraintes associées aux variables artificielles non nulles sont violées pour les valeurs de la solution de base obtenue à la fin de la phase 1. Cette solution dépend du nombre de variables artificielles et de la valeur de celles-ci. Nous pouvons constater ce problème sur l'exemple à la figure 5.1. Dans cet exemple, l'ensemble des contraintes définissent deux polyèdres qui ne s'in-

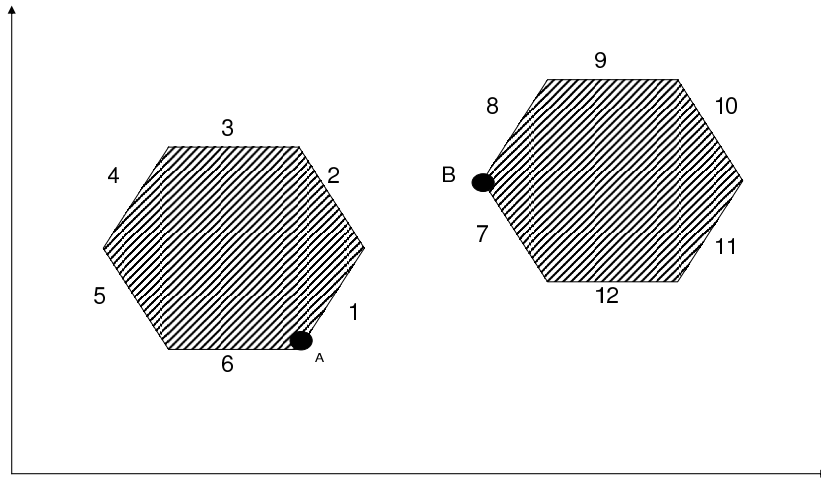


Figure 5.1 – Exemple

tersectent pas, ce qui crée la non réalisabilité. Supposons qu'il existe plus d'une solution optimale non admissible en phase 1. Par exemple, si en phase 1 l'algorithme s'arrête au point A , alors les contraintes 7, 8 et 12 seront violées. Tandis que si l'algorithme s'arrête au point B les contraintes 1 et 2 seront violées. Dans ces deux exemples, l'analyse des variables artificielles met en lumière le non respect de contraintes d'un des deux polyèdres. Or, la cause de la non réalisabilité pourrait être le fruit d'une combinaison de contraintes appartenant aux deux polyèdres. L'inconvénient de la méthode basée sur l'analyse des variables artificielles c'est que celle-ci se concentre uniquement sur les contraintes auxquelles sont associées les variables artificielles. Cet exemple simpliste illustre la difficulté de soustraire une information permettant de guider l'utilisateur dans la correction de son modèle. Pour contourner cette difficulté, nous allons utiliser une autre approche d'identification des contraintes non réalisables.

Les travaux de Chinneck et Dravnieks (1990) présentent des méthodes qui analysent les programmes linéaires non réalisables. Ces méthodes procèdent en identifiant un en-

semble minimal de contraintes non réalisables parmi l'ensemble de contraintes définissant le problème. Les informations sur cet ensemble minimal de contraintes non réalisables permettent de concentrer la recherche afin de rendre le problème réalisable. De plus, ces algorithmes d'identification ont l'avantage d'être simples, relativement performants et facilement intégrables dans un solveur de programmes linéaires.

5.2.2 Méthode du filtre de suppression

Pour développer l'algorithme, nous devons définir quelques termes. Un système irréductible non réalisable (*SINR*) est un ensemble de contraintes non réalisables de taille minimum. Un *SINR* peut contenir des contraintes de non-négativité sur les variables, mais il est impossible d'obtenir un *SINR* contenant seulement des contraintes de non-négativité. Tout *SINR* contient au moins une contrainte fonctionnelle. Un ensemble irréductible non réalisable de contraintes fonctionnelles (*SINRF*) est le sous-ensemble de toutes les contraintes fonctionnelles dans un *SINR*.

L'algorithme d'identification général proposé est la méthode du filtre de suppression. Cet algorithme garantit l'identification de toutes les contraintes fonctionnelles dans un *SINR*. L'inconvénient de cet algorithme est qu'il demande un grand nombre d'opérations. Dans notre cas, puisque la résolution du problème relaxé est très rapide, dans les centièmes de seconde, l'utilisation de cette méthode est judicieuse.

Soit un programme linéaire possédant au moins un *SINR*. La méthode du filtre de suppression procède en considérant chacune des contraintes fonctionnelles individuellement. On enlève temporairement la contrainte du programme linéaire et on teste si le programme linéaire est réalisable. Si le programme linéaire est toujours irréalisable, on enlève la contrainte de façon permanente. Par contre, si le programme linéaire devient réalisable, on remet la contrainte dans le programme linéaire. On continue de cette manière jusqu'à ce que toutes les contraintes soient testées.

Soit Q l'ensemble des contraintes fonctionnelles.

Algorithme de filtre de suppression

Pour chaque $q \in Q$, faire :

Déterminer si le problème avec $Q \setminus \{q\}$ est réalisable ou non réalisable en utilisant un solveur de programmes linéaires.

Si le problème avec $Q \setminus \{q\}$ est réalisable, continuer.

Sinon le problème avec $Q \setminus \{q\}$ est irréalisable alors $Q = Q \setminus \{q\}$ et continuer.

À la fin de l'algorithme, l'ensemble Q est exactement un *SINRF*. Une ou plusieurs contraintes de non-négativité peuvent être contenues dans un *SINR*, mais elles ne sont pas identifiées dans l'ensemble Q . Il s'agit d'un algorithme performant mais qui demande une grande quantité de calculs si l'ensemble de contraintes du problème est grand.

Imaginons maintenant l'application de l'algorithme du filtre de suppression sur l'exemple de la figure 5.1. Des *SINRF* possibles seraient $Q = \{1, 8\}$ ou $Q = \{2, 7\}$.

5.3 Construction d'exemples non réalisables

Nous construisons plusieurs exemplaires de problème non réalisables en apportant des modifications à l'exemple utilisé au chapitre 4. Nous utilisons un quart de travail de huit heures. Il existe plusieurs façons de modifier le problème de sorte qu'il devienne non réalisable. Nous allons en définir trois.

5.3.1 Valeurs des caractéristiques aux pelles

Nous modifions d'abord les valeurs des caractéristiques aux pelles. Dans notre cas nous augmentons les valeurs de sulfure à certaines pelles de minerai. Les nouvelles valeurs de

Tableau 5.1 – Valeurs du sulfure aux pelles

	Valeur originale(%)	Valeur modifiée(%)
Pelle 1	2,5	2,5
Pelle 2	1,2	1,2
Pelle 3	2,4	2,4
Pelle 4	2,5	2,5
Pelle 5	2,2	2,5
Pelle 6	0,7	1,5

sulfure se trouvent au tableau 1.

Le problème relaxé avec les valeurs modifiées pour le sulfure est non réalisable, puisqu'il est désormais impossible de satisfaire les contraintes de demande minimum aux concasseurs tout en satisfaisant les contraintes de mélange. Cette non réalisabilité n'est pas détectée par les tests préliminaires.

5.3.2 Quantité aux pelles

Nous modifions maintenant la quantité de minerai présente aux pelles. Dans notre cas, nous diminuons la quantité de minerai aux pelles 1, 3, 4, 5, 6 en laissant constante la quantité de minerai à la pelle 2. Nous savons que les quantités extraites à la pelle 2 sont très faibles puisque le taux d'impureté y est très élevé. Or, le problème sera non réalisable puisqu'il sera impossible de satisfaire les contraintes de mélange tout en satisfaisant la demande minimum aux concasseurs. Les nouvelles quantités se trouvent au tableau 2.

Le problème avec les quantités modifiées est non réalisable sans que les tests préliminaires l'identifient comme tel.

Tableau 5.2 – Quantités de minerai aux pelles de minerai

	Valeur originale	Valeur modifiée
Pelle 1	90 000	30 000
Pelle 2	110 000	110 000
Pelle 3	45 000	30 000
Pelle 4	130 000	30 000
Pelle 5	95 000	30 000
Pelle 6	105 000	30 000

5.3.3 Flotte

Nous diminuons maintenant le nombre de camions disponibles. Si on enlève seulement un camion de type CAT797, le problème devient non réalisable. Donc, dans ce cas, la flotte est constituée de 14 camions CAT797 et de 20 camions CAT777C.

L’analyse des résultats du chapitre 4 montrait que la production de stérile était très faible pour un quart de travail de huit heures avec la flotte de camions originale. Les contraintes de production minimale des concasseurs étaient alors difficilement satisfaites. En diminuant seulement un peu le nombre de camions disponibles, le problème devient non réalisable puisqu’il est impossible de satisfaire les contraintes de production minimum dans la durée du quart de travail.

5.4 Résultats

Nous appliquons maintenant l’algorithme du filtre de suppression aux différents exemplaires non réalisables du problème. L’algorithme permet de trouver un ensemble Q de contraintes non réalisables. Il est à noter que les temps de calcul pour la résolution des trois exemplaires est très court, autour d’une seconde.

5.4.1 Valeurs des caractéristiques aux pelles

Pour l'exemplaire avec des valeurs de sulfure modifiées, l'algorithme du filtre de suppression permet de trouver l'ensemble Q suivant.

$$Q = \{ \text{Capacité maximum des sources (Pelles 3, 4, 6), Mélange (Sulfure aux concasseurs 1 et 2), Mélange (Impureté aux concasseurs 1 et 2), Demande minimum (Concas-seurs 1 et 2), Capacité de la flotte} \}$$

5.4.2 Quantité aux pelles

Pour l'exemplaire avec les quantités de minerai aux pelles modifiées, l'algorithme du filtre de suppression permet de trouver l'ensemble Q suivant.

$$Q = \{ \text{Capacité maximum des sources (Pelles 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8), Mélange (Impureté aux concasseurs 1 et 2), Demande minimum (Concas-seurs 1 et 2)} \}$$

5.4.3 Flotte

Pour l'exemplaire avec un nombre réduit de camions disponibles, l'algorithme du filtre de suppression permet de trouver l'ensemble Q suivant.

$$Q = \{ \text{Conservation de flot aux sources (Pelle 6), Conservation de flot aux puits (Concas-seurs 1 et 2), Capacité maximum des sources (Pelles 3 et 5), Mélange (Sulfure aux concasseurs 1 et 2), Mélange (Impureté aux concasseurs 1 et 2), Demande minimum (Concas-seurs 1 et 2), Capacité de la flotte} \}$$

5.5 Analyse des résultats

Nous analysons maintenant les résultats de l'algorithme du filtre de suppression sur les trois exemplaires non réalisables. On remarque d'abord la présence dans chacun des

ensembles Q des groupes de contraintes de mélange pour la caractéristique impureté et la demande minimum aux concasseurs.

Nous pouvons expliquer la présence du groupe de contraintes de demande minimum par le fait que, sans ce groupe de contraintes, le problème est réalisable avec une production nulle.

Les contraintes de mélange pour la caractéristique impureté lorsqu'elles sont retirées rendent le problème réalisable puisque, dans ce cas, il est possible de transporter du minerai en provenance de la pelle 2. Comme le taux d'impureté y est très élevé, la pelle 2 n'était pratiquement pas utilisée bien que ces autres caractéristiques de mélange soient à l'intérieur des intervalles demandées aux concasseurs. Comme chacun des ensembles Q ne contient pas de contraintes sur la capacité maximum de la pelle 2, celle-ci peut fournir une quantité de matériel suffisante et rendre le problème réalisable.

Plus spécifiquement pour l'exemple sur la valeur des caractéristiques aux sources, on retrouve aussi dans l'ensemble Q les contraintes de capacité de la flotte. Sans ce groupe de contraintes, on ne restreint plus le temps disponible de camions ce qui permet au problème de devenir réalisable. L'ensemble Q contient finalement quelques contraintes de capacité maximum aux sources et le groupe de contraintes de mélange pour la caractéristique soufre. On constate que l'algorithme du filtre de suppression permet de cibler les groupes de contraintes causant les problèmes d'irréalisabilité et qu'une analyse est nécessaire afin d'éliminer certains groupes qui ne devraient pas se trouver dans l'ensemble Q . Pour les trois exemplaires non réalisables du problème les ensembles Q contiennent entre 5% et 10% des contraintes totales du problème. L'algorithme permet de simplifier la recherche des contraintes causant les problèmes de réalisabilité.

CHAPITRE 6

CONCLUSION

Un modèle de planification de la production pour une mine à ciel ouvert comme celui développé dans le présent mémoire s'avère un outil fort utile pour les planificateurs miniers. Le modèle est réaliste et reproduit bien les interactions pendant un quart de travail entre tous les équipements fixes (pelles, concasseurs, haldes de stérile) et mobiles (camions) de la mine. La résolution du programme linéaire permet d'obtenir des solutions optimales. La productivité totale de la mine pourrait être améliorée de façon significative tout en permettant d'obtenir un mélange de minerai de bien meilleure qualité. De plus, le modèle linéaire proposé peut se résoudre en une fraction de seconde ce qui permet de mettre à jour rapidement le plan de production si les paramètres principaux de la mine sont affectés par un incident. Le modèle en place permet d'inclure les principaux groupes de contraintes habituellement rencontrés dans le domaine minier. Le modèle inclut par ailleurs une modélisation linéaire du temps d'attente des camions aux points de service et des contraintes permettant la gestion du temps des camions disponibles dans un quart de travail ce qui était souvent une lacune observée dans la revue de la littérature.

Les tests effectués ont permis de démontrer que le modèle de planification de la production est un outil permettant d'obtenir des solutions optimales fiables. De plus, un modèle incluant la gestion de la flotte de camions et une modélisation du temps d'attente permet l'obtention d'un plan de production beaucoup plus réaliste avec une bonne répartition du travail. Les outils de rétroaction développés au chapitre 5 aident les utilisateurs du modèle à corriger le modèle si l'exemplaire associé est non réalisable.

Le modèle de planification de la production peut être utilisé de manière interactive par les ingénieurs et les planificateurs miniers. Ainsi, ils pourront analyser différentes stratégies d'exploitation à court terme et déterminer celles qui conviennent le mieux à leurs préférences.

Le modèle présenté dans cet ouvrage couvre bien les contraintes normalement rencontrées dans l'industrie et donne des résultats satisfaisants, mais plusieurs modifications pourraient lui être apportées. Voici quelques exemples. La fonction objectif du problème pourrait prendre en considération plus que la seule maximisation de la production. Par exemple, elle pourrait aussi viser certains objectifs particuliers aux pelles. Le modèle pourrait traiter de l'analyse du problème des concasseurs multiserveurs. On pourrait développer une modélisation du temps d'attente des camions aux pelles pour ce genre de problème.

Néanmoins, il semble assuré qu'un tel modèle puisse rendre la planification de la production bien plus aisée. Dans le domaine minier où l'obtention d'un mélange satisfaisant peut faire croître de beaucoup les profits, toute possibilité d'amélioration de la production est grandement considérée.

BIBLIOGRAPHIE

Amoako Temeng, V., (1997) "A computerized model for truck dispatching in open pit mines", Mémoire de maîtrise, Michigan Technological University, Houghton.

Burt, C., Caccetta, L., Hill, S., Welgama, P., (2005), "Models for mining equipment selection", MODSIM 2005 International congress on modelling and simulation, Canberra, Australia, p. 1730-1736.

Chinneck J.W., Dravnieks, E.W., (1991), "Locating minimal infeasible constraint set in linear programs", ORSA Journal on computing, Vol. 3, No. 2, p.153-168.

Dessureault, S., Scoble, M., Dunbar, S., (1999), "Intelligent production management in mining systems", Proceedings of 2nd international conference on intelligent processing and manufacturing of materials, Honolulu, Hawaii, p.145-149.

Gershon, M., (1983), "Optimal mine production scheduling : evaluation of large scale mathematical programming approaches", International journal of mining engineering, p. 315-329.

Gershon, M., Davala, R., Mudragega, M., (1993), "LP decomposition applied to blending minerals", 24th APCOM proceedings, vol.2, p.35-42.

Guieu, O., Chinneck J.W., (1989), "Analyzing infeasible mixed-integer and integer linear programs", INFORMS Journal of computing, Vol. 11, No. 1, p.63-77.

Hustrulid, W., Kuchta, M., (2006), "Open pit mine - Planning & Design", Taylor & Francis.

Langevin A., Riopel D., (2005), "Logistics systems design and optimization", Publication du GERAD, HEC Montréal.

McInnis, D., (1985), "Planification du transport du minerai par programmation non-linéaire", mémoire de maîtrise, Département d'informatique et de recherche opérationnelle, Université de Montréal.

Rubito, E., (2007), "Mill feed optimization for multiple processing facilities using integer linear programming", Proceedings of the fifteen international symposium on mine planning and equipment selection, Turin, Italie, p.1207-1213.

Soumis, F., Éthier, J., McInnis, D., (1986), "Une méthode d'optimisation pour le contrôle en temps réel des camions dans une mine à ciel ouvert", Rapport de recherche, Université de Montréal, p.181-193.

Soumis, F., Ethier, J., McInnis, D., Elbrond, J., (1988), "A new method of automatic truck dispatching in open pit mines", Proceedings of the computer applications in mineral industry, Quebec, p.393-401.

Wilke, F.L., Reiner, T., (1977), "Optimizing the short-term production schedule for an open-pit iron ore mining operation", Computer methods for the 80's in the mineral industry, p.642-646.

Zhang, Y., Li, S., Cai, Q., (1990), "Optimization criteria for computer-controlled truck dispatching system", Computer and operations research in the mineral industries, p.295-306.